Valintakoe A 2026
Ratkaisut

Yhteisen osion matematiikan tehtävät

A1 Matematiikan tehtävä.

A1.1 Vastaus on 25.

Perustelu: $\dfrac{5-4}{4} \cdot 100\,\% = 25\,\%$.

A1.2 Vastaus on $\dfrac{63}{80}$.

Perustelu:

$$\frac{3x^2}{(4x)^2} + \frac{3}{5} = \frac{3x^2}{16x^2} + \frac{3}{5} = \frac{3}{16} + \frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 5}{16 \cdot 5} + \frac{3 \cdot 16}{5 \cdot 16} = \frac{63}{80}.$$

A1.3 Vastaus on $x = 4$.

Perustelu:

$$\sqrt{x+12} = x \Rightarrow x + 12 = x^2 \Leftrightarrow x^2 - x - 12 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12)}}{2 \cdot 1} = \frac{1 \pm 7}{2},$$

joten $x = 4$ tai $x = -3$. Sijoittamalla todetaan, että $x = 4$ toteuttaa alkuperäisen yhtälön, mutta $x = -3$ ei toteuta sitä. Näin ollen tehtävän ainoa ratkaisu on $x = 4$.

A1.4 Vastaus on $\dfrac{5}{9}$.

Perustelu:

$$8^{3x-1} = 4 \Leftrightarrow (2^3)^{3x-1} = 2^2 \Leftrightarrow 2^{3(3x-1)} = 2^2.$$

Koska funktio $f(x) = 2^x$ on aidosti kasvava, alkuperäinen yhtälö toteutuu jos ja vain jos

$$3(3x-1) = 2 \Leftrightarrow 9x - 3 = 2 \Leftrightarrow 9x = 5 \Leftrightarrow x = \frac{5}{9}.$$

A1.5 Vastaus on $-6 < x < 0$ tai $x > 0$.

Perustelu: Arvolla $x = 0$ epäyhtälö ei toteudu, koska molemmat puolet tulevat nolliksi. Jaetaan tarkastelu siis tapauksiin $x > 0$ ja $x < 0$. Tapauksessa $x > 0$ epäyhtälö saa muodon

$$x(x+5) > x \Leftrightarrow x + 5 > 1 \Leftrightarrow x > -4,$$

joten tarkastelualueessa $x > 0$ ratkaisu on $x > 0$. Tapauksessa $x < 0$ epäyhtälö saa muodon

$$-x(x+5) > x \Leftrightarrow x + 5 > -1 \Leftrightarrow x > -6,$$

joten tarkastelualueessa $x < 0$ ratkaisu on $-6 < x < 0$. Vastaus saadaan yhdistämällä osaratkaisut.

A2 Matematiikan tehtävä.

A2.1 Vastaus on 12.

Perustelu: Suorakulmaisen kolmion pisin sivu on hypotenuusa ja tuntematon sivu x on siis kateetti. Pythagoraan lauseen perusteella $5^2 + x^2 = 13^2$, josta $x^2 = 13^2 - 5^2 = 144 = 12^2$ ja täten $x = 12$.

A2.2 Vastaus on 58.

Perustelu: $d = a_2 - a_1 = 4 - 1 = 3$ ja $a_{20} = a_1 + (20-1) \cdot d = 1 + 19 \cdot 3 = 58$.

A2.3 Vastaus on $\frac{11}{4165}$.

Perustelu: Kortin vetämisellä umpimähkään tarkoitetaan sitä, että jokaisella kortilla on yhtä suuri todennäköisyys tulla valituksi. Täten todennäköisyys ruudun saamiselle on korttipakassa olevien ruutujen määrä jaettuna kaikkien korttien määrällä. Näin ollen ensimmäinen kortti on ruutu todennäköisyydellä $\frac{13}{52}$. Seuraavien korttien todennäköisyyksissä tulee ottaa huomioon, että korttipakassa jäljellä olevien ruutujen lukumäärä pienenee ja jäljellä olevien korttien lukumäärä pienenee. Todennäköisyydet nostaa vielä kolme ruutua lisää ovat siis $\frac{12}{51}$, $\frac{11}{50}$, ja $\frac{10}{49}$. Tehtävässä kysytty todennäköisyys saadaan kertolaskusäännöllä:

$$\frac{13}{52} \cdot \frac{12}{51} \cdot \frac{11}{50} \cdot \frac{10}{49} = \frac{11}{4165}.$$

A2.4 Vastaus on $3{,}72$.

Perustelu: Merkitään korkoprosenttia p:llä. Tällöin korkokerroin on $q = 1 + \frac{p}{100}$ ja saadaan yhtälö

$$1000\left(1 + \frac{p}{100}\right)^5 = 1200 \Leftrightarrow \left(1 + \frac{p}{100}\right)^5 = \frac{6}{5} \Leftrightarrow 1 + \frac{p}{100} = \sqrt[5]{\frac{6}{5}} \Leftrightarrow p = 100\left(\sqrt[5]{\frac{6}{5}} - 1\right) = 3{,}7137\ldots.$$

Koska halutaan saavuttaa 1200 euroa, vastaus pyöristetään ylöspäin.

A2.5 Vastaus on 8.

Perustelu:

$$2\cos^2(2x) - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos^2(2x) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos(2x) = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Jaetaan yhtälön tarkastelu merkin mukaan kahteen eri tapaukseen.

Tarkastellaan ensin tapausta $\cos(2x) = \frac{1}{\sqrt{2}}$. Tällöin on kaksi vaihtoehtoa:

1)

$$2x = \frac{\pi}{4} + 2n\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{8} + n\pi,$$

missä $n \in \mathbb{Z}$. Näistä vain $n \in \{0, 1\}$ saadaan välille $[0, 2\pi]$ kuuluvat ratkaisut $\frac{\pi}{8}$ ja $\frac{9\pi}{8}$, ja

2)

$$2x = -\frac{\pi}{4} + 2n\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{8} + n\pi,$$

missä $n \in \mathbb{Z}$. Näistä vain $n \in \{1, 2\}$ tuottavat välillä $[0, 2\pi]$ olevat ratkaisut $\frac{7\pi}{8}$ ja $\frac{15\pi}{8}$.

Tarkastellaan sitten tapausta $\cos(2x) = -\frac{1}{\sqrt{2}}$. Tämä tuottaa niinikään kaksi vaihtoehtoa:
1)

$$2x = \pi - \frac{\pi}{4} + 2\pi n = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n \Leftrightarrow x = \frac{3\pi}{8} + \pi n,$$

josta vain $n \in \{0, 1\}$ tuottavat välillä $[0, 2\pi]$ olevat arvot $\frac{3\pi}{8}$ ja $\frac{11\pi}{8}$, ja
2)

$$2x = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi n \Leftrightarrow x = -\frac{3\pi}{8} + \pi n,$$

josta vain $n \in \{1, 2\}$ tuottavat välillä $[0, 2\pi]$ olevat arvot $\frac{5\pi}{8}$ ja $\frac{13\pi}{8}$.

Välillä $[0, 2\pi]$ olevat ratkaisut ovat siis

$$\frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{8}, \frac{5\pi}{8}, \frac{7\pi}{8}, \frac{9\pi}{8}, \frac{11\pi}{8}, \frac{13\pi}{8} \text{ ja } \frac{15\pi}{8}.$$

Näitä on yhteensä 8.

Valintakoe A 2026
Ratkaisut

Looginen päättely ja ongelmanratkaisu (Tehtävät B1 ja B2)

B1.1 Sahaus Vastaus: 20 minuuttia. Perustelu: Yksi sahaus kestää 10 minuuttia. Jotta lauta saadaan kolmeen osaan, on se sahattava kahdesti. Aikaa kuluu siis 20 minuuttia.

B1.2 Etäisyydet Vastaus: 31. Perustelu: Huomataan ensin, että matka-ajat A–B ja K–M on yhteensä 10 ja vastaavasti L–I ja D–E on myös yhteensä 10. Kyse on siis siitä, että verrataan matka-aika B–K matka-aikaan I–D. Puuttuva C–D on merkitty x:llä ja J–K y:llä. Käydään kaikki vaihtoehdot läpi ja valitaan nopeimmat. Lyhin matka-aika välillä B–K on siis joko $15 + x$ tai $12 + y$. Tiedämme siis, että joko $x = 5$ tai $y = 8$. Matka-ajat välillä I:stä D:hen ovat vastaavasti $13 + x$ tai $13 + y$, eli 18 tai 21, joten matka-aika on korkeintaan 21. Lisätään vielä 10 yhteyksistä L–I ja D–E.

Päätettiin antaa myös 1 piste vastauksesta 28, koska se osoittaa kuitenkin, että jotain on tehtävästä ymmärtänyt.

B1.3 Laatikot Vastaus: Vasemmanpuoleisessa. Perustelu: Tiedämme, että vain yksi teksteistä on tosi. Jos kultaharkko olisi keskellä, niin sekä vasemmanpuoleisen että keskellä olevan laatikon tekstit olisivat tosia. Siis kultaharkko ei ole keskellä. Näin ollen oikeanpuoleisen laatikon teksti on tosi. Koska vain yksi teksti on totta, niin keskimmäisen ja vasemmanpuoleisen laatikon tekstien tulee olla epätosia. Keskimmäisen laatikon teksti “Kultaharkko on tässä laatikossa” on epätosi. Vasemmanpuoleisen laatikon tekstin täytyy myös olla epätosi. Tuo teksti on: “Kultaharkko ei ole tässä laatikossa”. Eli tekstin negaatio “Kultaharkko on tässä laatikossa” on totta.

B1.4 Kolikot a) Vastaus $x = 10$. Perustelu: Kolikko ei voi olla yhtä aikaa kruuna ja klaava, joten suurin mahdollinen x on suurin kokonaisluku, joka toteuttaa epäyhtälön $0.6x + 0.6x \leq 12$, toisin sanoen $1.2x \leq 12$, eli $x \leq 10$.

b) Vastaus $y = 70$. Perustelu: Kolikko ei voi olla yhtä aikaa kruuna ja klaava, joten suurin mahdollinen y on suurin kokonaisluku, joka toteuttaa epäyhtälön $\frac{2}{3}y + \frac{3}{4}y \leq 100$, toisin sanoen $\frac{8}{12}y + \frac{9}{12}y = \frac{17}{12}y \leq 100$. Niinpä $y \leq \frac{12}{17} \cdot 100 = 70,588\ldots$. Vastaus on siis 70. Tarkistamme: $\frac{2}{3} \cdot 70 = 46\frac{2}{3}$, eli 47 kruunaa ja $\frac{3}{4} \cdot 70 = 52\frac{1}{2}$, eli 53 klaavaa. Yhteensä tässä on kaikki 100 kolikkoa.

B1.5 Konvehdit Vastaus: 44. Perustelu: Mikon rasiassa on $8m+k$ konvehtia ja Kallen rasiassa $9n+l$. Lisäksi $m + l = 13$. Kaikki luvut m, n, l ja k ovat ei-negatiivisia kokonaislukuja ja $k \leq 7$ ja $l \leq 8$. Siksi $m = 13 - l \geq$ 5. Sijoitetaan $l = 13 - m$, jolloin saadaan $9m + k = 9n + 13$, eli $9(m - n) = 13 - k$. Koska $k \leq 7$, ainoa mahdollisuus on, että $m - n = 1$ eli $m = n + 1$ ja $k = 4$. Kokeillaan ensin siis pienin mahdollinen m, eli $m = 5$, $n = 4$ ja nyt $l = 8 \cdot 5 + 4 - 9 \cdot 4 = 8$. Tarkistetaan: $m + l = 13$. Suklaarasiassa on siis $8m + k = 9n + l = 44$ konvehtia. (Muita isompia ratkaisuja toki on. Esimerkiksi, jos valitaan $m = 6$ ja $n = 5$, niin $8m + k = 9n + l = 52$ ja $m + l = 13$, tai $m = 7$ ja $n = 6$, niin $8m + k = 9n + l = 60$, tai $m = 8$ ja $n = 7$, niin $8m + k = 9n + l = 68$. Tehtävässä kysyttiin kuitenkin pienintä.)

B2.1 Läpikäyntijärjestys Vastaus: `ABDHIECFG`

B2.2 Hakualgoritmien vertailu Vastaukset:

- Syvyyshaku
- Leveyshaku
- Syvyyshaku
- Syvyyshaku

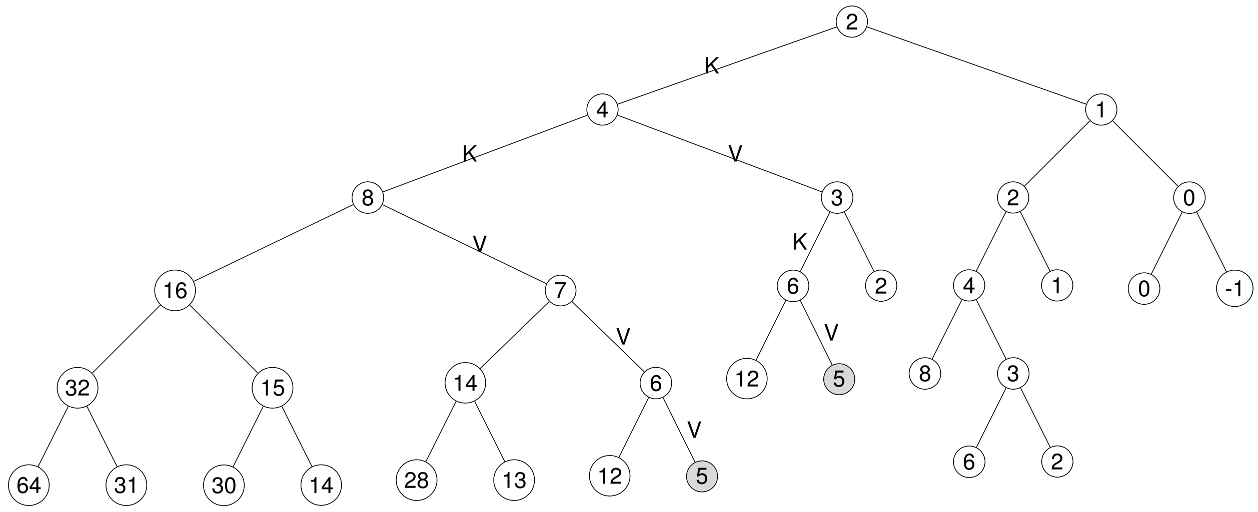
B2.3 Operaatiosarja Vastaukset:

- Molemmat hakualgoritmit löytävät jonkin operaatiosarjan, mutta syvyyshaku löytää lyhemmän operaatiosarjan kuin leveyshaku. **Väärin.** Leveyshaku löytää operaatiosarjan `KVKV`, joka on lyhyempi kuin syvyyshaun löytämä operaatiosarja `KKVVV`; ks. Kuvio 1.
- Kummankin hakualgoritmin löytämän operaatiosarjan pituus on sama, sillä operaatioiden soveltamisen määrän rajoitus pakottaa molemmat hakualgoritmit käsittelemään saman määrän solmuja. **Väärin.** Korkeusrajoitus ei pakota molempia algoritmeja käymään läpi samaa määrää solmuja, koska ne voivat löytää ratkaisun eri kohdista puuta.
- Kumpikaan hakualgoritmi ei voi löytää ratkaisua, koska annetuilla operaatioilla ei ole mahdollista saada luvusta 2 lukua 5. **Väärin.** Molemmat algoritmit löytävät ratkaisun, kuten kuvio 1 osoittaa.
- Syvyyshaku ei löydä lainkaan operaatiosarjaa, jolla luvusta 2 saadaan luku 5. **Väärin.** Molemmat algoritmit löytävät ratkaisun, kuten kuvio 1 osoittaa.
- Molemmat hakualgoritmit löytävät jonkin operaatiosarjan, mutta leveyshaku löytää lyhemmän operaatiosarjan kuin syvyyshaku. **Oikein.**

B2.4 Solmujen määrä puussa Vastaus: $\frac{1-m^{h+1}}{1-m}$. Perustelu: Juurisolmuja on 1 kappale (m^0). Solmuja, joiden etäisyys juuresta on 1, on m kappaletta (m^1). Solmuja, joiden etäisyys on 2, on m^2 kappaletta, ja niin edelleen. Alimmalla “tasolla”, eli niitä solmuja, joiden etäisyys juuresta on h, on m^h kappaletta. Näin ollen kullakin etäisyydellä i on m^i solmua, missä i vaihtelee välillä $0 \leq i \leq h$. Etäisyydet alkavat nollasta ($m^0, m^1, \ldots, m^h$), joten termejä on yhteensä $h+1$ kappaletta. Käyttäen geometrisen summan kaavaa saadaan kaikkien solmujen kokonaismäärä.

B2.5 Lehtien määrä puussa Vastaus: $hm - h + 1$. Perustelu: Puu, jolla on vähin määrä lehtisolmuja, on sellainen, että kullakin “tasolla” eli etäisyydellä $i = 1, 2, \ldots, h-1$ juuresta, yksi solmu ei ole lehtisolmu ja muut $m-1$ solmua ovat lehtisolmuja, paitsi alimmalla “tasolla” eli etäisyydellä h juuresta kaikki m solmua ovat lehtisolmuja. Lehtisolmuja on siis yhteensä $(h-1) \times (m-1) + m$. Tämä kaava voidaan sieventää muotoon $hm - h + 1$.

Esimerkiksi: Kun $h = 2$ ja $m = 3$, minimimäärä lehtisolmuja on $2 * 3 - 2 + 1 = 5$. Etäisyydellä 1 on 2 lehtisolmua ja 1 ei-lehtisolmu. Etäisyys 2 on suurin etäisyys juuresta, joten kaikki sen solmut ovat lehtisolmuja, siis 3 lehtisolmua. Yhteensä lehtisolmuja on $2 + 3 = 5$.



Kuvio 1: Operaatioiden K ja V soveltaminen lukuun 2 viisi kertaa. Syvyys- ja leveyshaun löytämien operaatiosarjat reitit on merkitty kuvioon.