

# Valintakoe A

## Matematiikan syventävä eriytyvä osio

**Avattu osio täytyy suorittaa kerralla loppuun etkä voi palata osioon enää myöhemmin.**

Kun osiokohtainen aika tulee täyteen, osio sulkeutuu. Jos osio jää sinulta kesken, viimeisin tilanne tallentuu vastaukseksi.

Osio koostuu tehtävistä C1–C2. Sinun tulee vastata kumpaankin tehtävään. Tehtävistä voit saada yhteensä enintään 30 pistettä.

Vastaamatta jättäminen tai "Jätän vastaamatta kysymykseen" -vaihtoehto ei vähennä pisteitä.

Tehtävät perustuvat kokeessa annettuihin tietoihin ja aineistoihin.

Aineistotiedostot ovat pdf-tiedostoja, jotka saa avata millä tahansa pdf-lukuohjelmalla. Avatun koeaineiston saa vetää erilliseen ikkunaan tehtävien rinnalle.

Tämän osion tehtävien ratkaisussa voit käyttää apuna liitteenä olevaa kaavaliitettä: [Kaavaliite \(PDF\)](#)

Tallenna esseetehtävien vastaus itse "Tallenna vastaus" -painikkeella. Lisäksi esseevastaus tallentuu ajastetusti noin puolen minuutin välein sekä osiosta poistumisen yhteydessä.

Tämän osion tehtävissä on käytössä kaavaeditori. Se tulee näkyville ruudun alalaitaan, kun alat syöttämään sisältöä vastauskenttään. Vastauskenttään voi kirjoittaa tekstiä ja kaavoja.

Erikoismerkkejä ja kaavoja voi lisätä alareunan palkista. Lisää kaava -painikkeen takaa löytyy yleisimpiä kaavamerkintöjä. Myös erikoismerkkejä voi käyttää kaavan kirjoittamiseen. Kaikki käytössä olevat erikoismerkit saa näkyville laajentamalla palkin sisältöä oikean reunan nuolesta. Yleisimmät pikakomennot löytyvät kysymysmerkin takaa.

Etsi-toiminnon käyttäminen on sallittua (esimerkiksi näppäinyhdistelmällä Ctrl+F tai Cmd+F). Etsi-toiminto ei välttämättä löydä kaikkea tekstiä, esimerkiksi kuvissa olevaa tekstiä.

### Laskin

Tässä osiossa on käytössä koejärjestelmän funktiolaskin, jonka voi avata näkymän oikeassa reunassa olevasta Laskin-painikkeesta (tai näppäinyhdistelmällä Shift + Alt + L tai Cmd + Shift + L). Laskimen voi piilottaa painamalla avatun laskimen vasemmassa reunassa olevaa x-merkkiä (tai näppäinyhdistelmällä Shift + Alt + L tai Cmd + Shift + L). Laskimen piilottaminen ei hävitä laskimen näytöllä olevaa laskutoimitusta. Laskutoimitukset saa osin syötettyä näppäimistöltä.

Vain koejärjestelmän laskimen käyttö on sallittu. Erillisen laskimen hallussapito ja tietokoneen laskimen, muun laskinsovelluksen tai muiden laskintoiminnallisuuden auki olemisen katsotaan vilpiksi ja johtaa koesuorituksen hylkäämiseen.

### C1 Matematiikan syventävä tehtävä

Vastaa osatehtäviin C1.1–C1.3. Tästä tehtävästä voit saada enintään 15 pistettä.

Jokaisesta osatehtävästä voit saada 5 pistettä. Esitä yksityiskohtaiset perustelut kaikissa osatehtävissä.

### C1.1

Lahjoittaja antaa 1.1.2027 lukion stipendirahastoon pääoman, josta tahtoo vuosina 2027, 2028 ja 2029 jaettavan 500 € suuruisen stipendin. Kuinka suuri pitää pääoman vähintään olla, kun se kasvaa 5 % korkoa vuodessa? Korko maksetaan jokaisen vuoden lopussa, ja stipendi jaetaan samana päivänä koron maksun jälkeen.

Vastaus [\[vastauskenttä\]](#)

### C1.2

Kolmion kärkipisteet ovat  $A = (1,2)$ ,  $B = (4,1)$  ja  $C = (5,4)$ . Laske kulman  $\sphericalangle CBA$  suuruus asteen tarkkuudella.

Vastaus [\[vastauskenttä\]](#)

### C1.3

Merenpinnan korkeus  $h$  vaihtelee vuoroveden vuoksi ajan  $t$  funktiona noudattaen kaavaa  $h(t) = a \sin(b \cdot t + c) + d$ .

Eräänä päivänä Englannin kanaalin rannikolla veden pinta on matalimmillaan 4 metriä klo 4.00 ja seuraavan kerran korkeimmillaan 8 metriä klo 16.25.

Aika  $t$  mitataan tunneissa keskiyöstä 0.00 ja kulman yksikkönä käytetään radiaania. Määritä vakiot  $a$ ,  $b$ ,  $c$  ja  $d$ .

Vastaus [\[vastauskenttä\]](#)

## C2 Matematiikan syventävä tehtävä

Vastaa osatehtäviin C2.1–C2.3. Tästä tehtävästä voit saada enintään 15 pistettä.

Jokaisesta osatehtävästä voit saada 5 pistettä. Esitä yksityiskohtaiset perustelut kaikissa osatehtävissä.

### C2.1

Suotuisissa olosuhteissa tietyn bakteerin määrä  $b(t)$  noudattaa sääntöä  $b(t) = b(0) e^{kt}$ , missä  $k > 0$  on vakio. Osoita laskemalla, että bakteerien määrän muutosnopeus, eli funktion  $b(t)$  derivaattafunktio, on suoraan verrannollinen bakteerien määrään kaikilla ajanhetkillä. Mikä on verrannollisuuskerroin?

Vastaus [\[vastauskenttä\]](#)

### C2.2

Tämä tehtävä on jatkoa tehtävälle C2.1

Kahdentumisajalla tarkoitetaan vakiota  $T$ , jolle  $b(t + T) = 2b(t)$ . Osoita laskemalla, että bakteerien määrää kuvaavalle funktiolle ajanhetkestä  $t$  riippumaton kahdentumisaika on olemassa, ja esitä se vakion  $k$  avulla.

Vastaus [vastauskenttä]

### C2.3

Tämä tehtävä on jatkoa tehtäville C2.1 ja C2.2.

Olkoon  $T$  kahdentumisaika. Keskiarvo bakteerien määrälle aikavälillä  $[0, T]$  saadaan lausekkeella  $\frac{1}{T} \int_0^T b(t) dt$ . Määritä tämä keskiarvo.

Riippuuko keskiarvo vakioista  $k$ ?

Vastaus [vastauskenttä]

## KAAVALIITE / FORMELBILAGA

### Vakioita ja muuntokertoimia / Konstanter och omvandlingsfaktorer

$$a_0 = 5,291772105 \cdot 10^{-11} \text{ m}$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H m}^{-1}$$

$$c = 299792458 \text{ m s}^{-1}$$

$$m_e = 9,1093837139 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

$$e = 1,6021766346 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$m_n = 1,6749275006 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$\epsilon_0 = 8,8541878188 \cdot 10^{-12} \text{ F m}^{-1}$$

$$m_p = 1,6726219259 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$F = 96485 \text{ C mol}^{-1}$$

$$N_A = 6,02214076 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

$$g = 9,80665 \text{ m s}^{-2}$$

$$R = 8,314462618 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

$$G = 6,67430 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$$

$$= 0,08314462618 \text{ bar dm}^3 \text{ mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

$$h = 6,62607015 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$$

$$R_H = 1,09678 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$$

$$k_B = 1,380649 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$$

$$\sigma = 5,670374 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$$

$$0^\circ \text{C} = 273,15 \text{ K}$$

$$360^\circ = 2\pi \text{ rad}$$

$$1 \text{ atm} = 101325 \text{ Pa} = 1,01325 \text{ bar}$$

### Matematiikka / Matematik

$$a_n = a_1 + (n-1)d, \quad \sum_{i=1}^n a_i = n \cdot \frac{a_1 + a_n}{2}$$

$$D \sin x = \cos x$$

$$D \cos x = -\sin x$$

$$a_n = a_1 q^{n-1}, \quad \sum_{i=1}^n a_i = a_1 \cdot \frac{1 - q^n}{1 - q}, \quad q \neq 1$$

$$D(f(x) + g(x)) = f'(x) + g'(x)$$

$$D(f(x)g(x)) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

$$D(f(g(x))) = f'(g(x))g'(x)$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$$

$$\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha, \quad \sin(-\alpha) = -\sin \alpha$$

$$\cos(-\alpha) = \cos \alpha, \quad \sin(\pi - \alpha) = \sin(\alpha)$$

$$K_n = Kq^n$$

$$P(X = r) = \binom{n}{r} p^r (1-p)^{n-r}$$

$$Dx^n = nx^{n-1}$$

$$De^x = e^x$$

$\alpha$	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$
0	0	1
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0
$\pi$	0	-1

$$A = \lambda N$$

$$a = \frac{v^2}{r}$$

$$B = \mu_o H$$

$$B = \frac{\mu_o I}{2\pi r}$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_o \mu_o}}$$

$$C = \frac{1}{\Sigma \frac{1}{C_i}}$$

$$C = \Sigma C_i$$

$$C = \epsilon_r \epsilon_o \frac{A}{d}$$

$$C = \frac{Q}{U}$$

$$d \sin \alpha = k\lambda$$

$$2d \sin \theta = k\lambda$$

$$e = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$$

$$E = \frac{1}{2} C U^2$$

$$E = \frac{1}{2} k x^2$$

$$E = \frac{1}{2} m v^2$$

$$E = \frac{F}{q}$$

$$E = \gamma m c^2$$

$$E = hf$$

$$E = mgh$$

$$E = qU$$

$$E = \frac{U}{d}$$

$$\epsilon = \epsilon_r \epsilon_o$$

$$\eta = \frac{E_a}{E_o}$$

$$\eta = \frac{W}{Q}$$

$$f = \frac{1}{T}$$

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$$F = -kx$$

$$F = \frac{\mu_o I_1 I_2}{2\pi r} \ell$$

$$F = \mu N$$

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi \epsilon_o r^2}$$

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

$$\Phi = \vec{A} \cdot \vec{B}$$

$$I = F \Delta t$$

$$I = \frac{P}{A}$$

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

$$I = \sigma T^4$$

$$\ell = \ell_o (1 + \alpha \Delta T)$$

$$\lambda = \frac{b}{T}$$

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$$

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\mu = \mu_r \mu_0$$

$$n = \frac{c}{v}$$

$$n = \frac{m}{M}$$

$$n = \frac{N}{N_A}$$

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2$$

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

$$N = \rho g V$$

$$p = \frac{F}{A}$$

$$p = \frac{nRT}{V}$$

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

$$p = \rho gh$$

$$P = UI$$

$$P = \frac{W}{t}$$

$$Q = cm\Delta T$$

$$Q = rm$$

$$Q = sm$$

$$R = \rho \frac{l}{A}$$

$$R = \Sigma R_i$$

$$R = \frac{1}{\Sigma \frac{1}{R_i}}$$

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$\Delta U = Q + W$$

$$U = RI$$

$$V = \frac{E}{q}$$

$$v = f\lambda$$

$$v = v_0 + at$$

$$V = V_0(1 + \gamma\Delta T)$$

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s}$$

$$W = p\Delta V$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

## Kemia / Kemi

$$n = \frac{m}{M}$$

$$It = nzF$$

$$n = \frac{N}{N_A}$$

$$\text{pH} = \text{p}K_a + \lg \frac{[A^-]}{[HA]}$$

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$K_W = 1,008 \cdot 10^{-14} \text{ (mol}^2 \text{ dm}^{-6}\text{)}, \text{ kun/när } T = 25 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$pV = nRT$$

## Alkuaineiden jaksollinen järjestelmä / Grundämnenas periodiska system

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	järjestysluku kemiallinen merkki atomimassa												1 <b>H</b> 1,008		atomnummer kemiskt tecken atommassa		2 <b>He</b> 4,003	
2	3 <b>Li</b> 6,941	4 <b>Be</b> 9,012											5 <b>B</b> 10,81	6 <b>C</b> 12,01	7 <b>N</b> 14,01	8 <b>O</b> 16,00	9 <b>F</b> 19,00	10 <b>Ne</b> 20,18
3	11 <b>Na</b> 22,99	12 <b>Mg</b> 24,31											13 <b>Al</b> 26,98	14 <b>Si</b> 28,09	15 <b>P</b> 30,97	16 <b>S</b> 32,07	17 <b>Cl</b> 35,45	18 <b>Ar</b> 39,95
4	19 <b>K</b> 39,10	20 <b>Ca</b> 40,08	21 <b>Sc</b> 44,96	22 <b>Ti</b> 47,87	23 <b>V</b> 50,94	24 <b>Cr</b> 52,00	25 <b>Mn</b> 54,94	26 <b>Fe</b> 55,85	27 <b>Co</b> 58,93	28 <b>Ni</b> 58,69	29 <b>Cu</b> 63,55	30 <b>Zn</b> 65,38	31 <b>Ga</b> 69,72	32 <b>Ge</b> 72,63	33 <b>As</b> 74,92	34 <b>Se</b> 78,96	35 <b>Br</b> 79,90	36 <b>Kr</b> 83,80
5	37 <b>Rb</b> 85,47	38 <b>Sr</b> 87,62	39 <b>Y</b> 88,91	40 <b>Zr</b> 91,22	41 <b>Nb</b> 92,91	42 <b>Mo</b> 95,94	43 <b>Tc</b> (98)	44 <b>Ru</b> 101,07	45 <b>Rh</b> 102,91	46 <b>Pd</b> 106,42	47 <b>Ag</b> 107,87	48 <b>Cd</b> 112,41	49 <b>In</b> 114,82	50 <b>Sn</b> 118,71	51 <b>Sb</b> 121,76	52 <b>Te</b> 127,60	53 <b>I</b> 126,90	54 <b>Xe</b> 131,29
6	55 <b>Cs</b> 132,91	56 <b>Ba</b> 137,33	57-71	72 <b>Hf</b> 178,49	73 <b>Ta</b> 180,95	74 <b>W</b> 183,84	75 <b>Re</b> 186,21	76 <b>Os</b> 190,23	77 <b>Ir</b> 192,22	78 <b>Pt</b> 195,08	79 <b>Au</b> 196,97	80 <b>Hg</b> 200,59	81 <b>Tl</b> 204,38	82 <b>Pb</b> 207,2	83 <b>Bi</b> 208,98	84 <b>Po</b>	85 <b>At</b>	86 <b>Rn</b>
7	87 <b>Fr</b>	86 <b>Ra</b>	89-103	104 <b>Rf</b>	105 <b>Db</b>	106 <b>Sg</b>	107 <b>Bh</b>	108 <b>Hs</b>	109 <b>Mt</b>	110 <b>Ds</b>	111 <b>Rg</b>	112 <b>Cn</b>	113 <b>Nh</b>	114 <b>Fl</b>	115 <b>Mc</b>	116 <b>Lv</b>	117 <b>Ts</b>	118 <b>Og</b>

Lantanoidit/ lantanoideer	57 <b>La</b> 138,91	58 <b>Ce</b> 140,12	59 <b>Pr</b> 140,91	60 <b>Nd</b> 144,24	61 <b>Pm</b>	62 <b>Sm</b> 150,36	63 <b>Eu</b> 151,96	64 <b>Gd</b> 157,25	65 <b>Tb</b> 158,93	66 <b>Dy</b> 162,50	67 <b>Ho</b> 164,93	68 <b>Er</b> 167,26	69 <b>Tm</b> 168,93	70 <b>Yb</b> 173,05	71 <b>Lu</b> 174,97
Aktinoidit/ aktinoideer	89 <b>Ac</b>	90 <b>Th</b> 232,04	91 <b>Pa</b> 231,04	92 <b>U</b> 238,03	93 <b>Np</b>	94 <b>Pu</b>	95 <b>Am</b>	96 <b>Cm</b>	97 <b>Bk</b>	98 <b>Cf</b>	99 <b>Es</b>	100 <b>Fm</b>	101 <b>Md</b>	102 <b>No</b>	103 <b>Lr</b>