

# Urvalsprov A

## Välkommen till urvalsprovet, **Förnamn Andra Efternamn**

Läs noga igenom alla instruktioner.

Det här urvalsprovet har en gemensam del och två differentierade delar. Du ser de delar som du måste utföra för de ansökningsmål du söker till.

Varje del av provet har en fastställd tid för utförande. Tiden visas i provsystemet. När den delspecifika tiden har löpt ut stängs delen i fråga. Om du inte hinner utföra delen sparas den senaste situationen som svar. **Urvalsprovets gemensamma del måste göras först, före de differentierade delarna.** När du har gjort den gemensamma delen, aktiveras de differentierade delarnas Börja-tryckknappar. De differentierade delarna kan du göra i valfri ordning. **Varje del som öppnats måste göras till slut på en gång och du kan inte återvända till delen senare.**

Utöver de delspecifika tiderna för utförande innehåller provtiden 5 minuter för att läsa instruktionerna på urvalsprovets framsida och för att gå till följande del. Obs! Om du överskrider denna tid på 5 minuter förlorar du provtid för att utföra delarna när du läser instruktionerna på framsidan och går till följande del.

Under provet får du endast ha urvalsprovsystemet Vallu öppet samt de separata materialfiler som öppnas i systemet. Du kan använda den bifogade formelbilagan som hjälp när du löser uppgifterna.

Du kan skissa upp dina svar på pappren som delats ut. Anteckningar som du har gjort på pappren beaktas inte i bedömningen.

Provets poängsättning anges i de delspecifika instruktionerna.

## Räknare

Räknaren i provsystemet är i bruk när du får använda räknaren för att göra uppgifter.

## Provet avslutas kl. **XX.XX**.

När du slutfört provet, stäng provet genom att klicka på länken Logga ut, i det övre högra hörnet.

## Den gemensamma delen

**Den öppnade delen måste utföras på en gång och du kan inte återvända till den senare.**

När den delspecifika tiden har löpt ut stängs delen i fråga. Om du inte hinner utföra delen sparas den senaste situationen som svar.

Delen består av uppgifterna A1–B2. Du ska svara på alla fyra uppgifter: två uppgifter i matematik och två uppgifter i logisk slutledning och problemlösning. Du kan få högst 30 poäng för uppgifterna i matematik och högst 30 poäng för uppgifterna i logisk slutledning och problemlösning.

Om du inte svarar eller väljer alternativet "Jag svarar inte på frågan" minskar inte poängen.

Uppgifterna baserar sig på materialet och informationen i provet.

Materialfilerna är pdf-filer som kan öppnas med vilket pdf-program som helst. Det öppnade provmaterialet får dras till ett separat fönster bredvid uppgifterna.

Du kan använda den bifogade formelbilagan som hjälp när du löser uppgifterna i den här delen: [Formelbilaga \(PDF\)](#)

Det är tillåtet att använda sökfunktionen (till exempel med tangentkombinationen Ctrl+F eller Cmd+F). Sökfunktionen kanske inte hittar all text, till exempel text i bilder.

### Räknare

I den här delen av urvalsprovet kan man använda provsystemets funktionsräknare. Man kan öppna den genom att trycka på Räknare-ikonen i högra kanten (eller med tangentkombinationen Shift + Alt + L eller Cmd + Shift + L). Man kan dölja räknaren genom att trycka på x-tecknet som du hittar i vänstra kanten av räknaren (eller med tangentkombinationen Shift + Alt + L eller Cmd + Shift + L). Den uträkning som finns på räknaren försvinner inte då man döljer räknaren. Räkneoperationerna kan delvis också matas in med hjälp av tangentbordet.

Endast användning av provsystemets räknare är tillåtet. Innehav av en separat räknare samt att ha datorns räknare, andra räkneapplikationer eller andra räknefunktioner öppna betraktas som fusk och leder till att provprestationen underkänns.

## A1 Uppgift i matematik

Svara på deluppgifterna A1.1–A1.5. För den här uppgiften kan du få högst 15 poäng.

### A1.1

För rätt svar får du 3 poäng. Man kan inte få negativa poäng i deluppgiften. Om du inte svarar på frågan, så får du 0 poäng.

Hur många procent större är talet 5 än talet 4?

Välj ett alternativ. Om du inte vill svara, välj alternativet "Jag svarar inte på frågan".

[svarsalternativens ordning blandas om i provsystemet]

Svarsalternativ 1	25
Svarsalternativ 2	125
Svarsalternativ 3	80
Svarsalternativ 4	180
Svarsalternativ 5	20
Svarsalternativ 6	120
Svarsalternativ 7	Jag svarar inte på frågan.

### A1.2

För rätt svar får du 3 poäng. Man kan inte få negativa poäng i deluppgiften. Om du inte svarar på frågan, så får du 0 poäng.

Förenkla uttrycket  $\frac{3x^2}{(4x)^2} + \frac{3}{5}$ , då  $x \neq 0$ .

Välj ett alternativ. Om du inte vill svara, välj alternativet "Jag svarar inte på frågan".

[svarsalternativens ordning blandas om i provsystemet]

Svarsalternativ 1	$\frac{63}{80}$
Svarsalternativ 2	$\frac{2}{7}$
Svarsalternativ 3	$\frac{3}{40}$
Svarsalternativ 4	$\frac{15x + 48}{80}$
Svarsalternativ 5	$\frac{3x^2 + 3}{16x^2 + 5}$
Svarsalternativ 6	$\frac{27}{20}$
Svarsalternativ 7	Jag svarar inte på frågan.

### A1.3

För rätt svar får du 3 poäng. Man kan inte få negativa poäng i deluppgiften. Om du inte svarar på frågan, så får du 0 poäng.

Lös ekvationen  $\sqrt{x + 12} = x$ .

Välj ett alternativ. Om du inte vill svara, välj alternativet "Jag svarar inte på frågan".

[svarsalternativens ordning blandas om i provsystemet]

Svarsalternativ 1	$x = 4$
Svarsalternativ 2	$x = 4$ och $x = -3$
Svarsalternativ 3	$x = 8$
Svarsalternativ 4	$x = 8$ och $x = -6$
Svarsalternativ 5	$x = 12$
Svarsalternativ 6	$x = -4$ och $x = 3$
Svarsalternativ 7	Jag svarar inte på frågan.

#### A1.4

För rätt svar får du 3 poäng. Man kan inte få negativa poäng i deluppgiften. Om du inte svarar på frågan, så får du 0 poäng.

Lös ekvationen  $8^{3x-1} = 4$ .

Välj ett alternativ. Om du inte vill svara, välj alternativet "Jag svarar inte på frågan".

[svarsalternativens ordning blandas om i provsystemet]

Svarsalternativ 1	$x = \frac{5}{9}$
Svarsalternativ 2	$x = \frac{4}{9}$
Svarsalternativ 3	$x = \frac{1}{3}$
Svarsalternativ 4	$x = \frac{2}{3}$
Svarsalternativ 5	$x = \frac{5}{6}$
Svarsalternativ 6	$x = \frac{1}{2}$
Svarsalternativ 7	Jag svarar inte på frågan.

#### A1.5

För rätt svar får du 3 poäng. Man kan inte få negativa poäng i deluppgiften. Om du inte svarar på frågan, så får du 0 poäng.

Lös olikheten  $|x| (x + 5) > x$ .

Välj ett alternativ. Om du inte vill svara, välj alternativet "Jag svarar inte på frågan".

[svarsalternativens ordning blandas om i provsystemet]

Svarsalternativ 1	$-6 < x < 0$ eller $x > 0$
Svarsalternativ 2	$x > 4$
Svarsalternativ 3	$-6 < x < -4$
Svarsalternativ 4	$x < -4$ eller $x > 6$
Svarsalternativ 5	$x > 0$
Svarsalternativ 6	$x > -6$
Svarsalternativ 7	Jag svarar inte på frågan.

## A2 Uppgift i matematik

Svara på deluppgifterna A2.1–A2.5. För den här uppgiften kan du få högst 15 poäng.

### A2.1

För rätt svar får du 3 poäng. Man kan inte få negativa poäng i deluppgiften. Om du inte svarar på frågan, så får du 0 poäng.

I en rätvinklig triangel har den kortaste sidan längden 5 och den längsta längden 13. Hur lång är den tredje sidan?

Välj ett alternativ. Om du inte vill svara, välj alternativet "Jag svarar inte på frågan".

[svarsalternativens ordning blandas om i provsystemet]

Svarsalternativ 1	12
Svarsalternativ 2	$\sqrt{194}$
Svarsalternativ 3	$\frac{13}{\sqrt{2}}$
Svarsalternativ 4	8
Svarsalternativ 5	$\sqrt{18}$
Svarsalternativ 6	$\frac{13\sqrt{3}}{2}$
Svarsalternativ 7	Jag svarar inte på frågan.

## A2.2

För rätt svar får du 3 poäng. Man kan inte få negativa poäng i deluppgiften. Om du inte svarar på frågan, så får du 0 poäng.

I en aritmetisk talföljd är de första talen  $a_1 = 1$ ,  $a_2 = 4$  och  $a_3 = 7$ . Bestäm  $a_{20}$ .

Välj ett alternativ. Om du inte vill svara, välj alternativet "Jag svarar inte på frågan".

[svarsalternativens ordning blandas om i provsystemet]

Svarsalternativ 1	58
Svarsalternativ 2	61
Svarsalternativ 3	55
Svarsalternativ 4	$3^{19}$
Svarsalternativ 5	$3^{20}$
Svarsalternativ 6	$3^{18}$
Svarsalternativ 7	Jag svarar inte på frågan.

## A2.3

För rätt svar får du 3 poäng. Man kan inte få negativa poäng i deluppgiften. Om du inte svarar på frågan, så får du 0 poäng.

I en kortlek finns 52 kort, varav 13 är ruter. Med vilken sannolikhet är fyra kort som dras slumpmässigt ur kortleken alla ruter? Dragna kort läggs inte tillbaka.

Välj ett alternativ. Om du inte vill svara, välj alternativet "Jag svarar inte på frågan".

[svarsalternativens ordning blandas om i provsystemet]

Svarsalternativ 1	$\frac{11}{4165}$
Svarsalternativ 2	$\frac{1}{256}$
Svarsalternativ 3	$\frac{165}{70304}$
Svarsalternativ 4	$\frac{2197}{499800}$
Svarsalternativ 5	$\frac{1}{4}$
Svarsalternativ 6	$\frac{23}{3248700}$

Svarsalternativ 7	Jag svarar inte på frågan.
-------------------	----------------------------

#### A2.4

För rätt svar får du 3 poäng. Man kan inte få negativa poäng i deluppgiften. Om du inte svarar på frågan, så får du 0 poäng.

Med vilken årlig räntesats växer ett kapital på 1 000 €, som sätts in den 1 januari, till 1 200 € på fem år, då räntan läggs till kapitalet i slutet av varje år?

Välj ett alternativ. Om du inte vill svara, välj alternativet "Jag svarar inte på frågan".

[svarsalternativens ordning blandas om i provsystemet]

Svarsalternativ 1	3,72
Svarsalternativ 2	3,55
Svarsalternativ 3	5,00
Svarsalternativ 4	4,66
Svarsalternativ 5	4,63
Svarsalternativ 6	4,00
Svarsalternativ 7	Jag svarar inte på frågan.

#### A2.5

För rätt svar får du 3 poäng. Man kan inte få negativa poäng i deluppgiften. Om du inte svarar på frågan, så får du 0 poäng.

Hur många lösningar har ekvationen  $2\cos^2(2x) - 1 = 0$  i intervallet  $[0, 2\pi]$ ? Vinkelenheten är radianer.

Välj ett alternativ. Om du inte vill svara, välj alternativet "Jag svarar inte på frågan".

[svarsalternativens ordning blandas om i provsystemet]

Svarsalternativ 1	8
Svarsalternativ 2	4
Svarsalternativ 3	2
Svarsalternativ 4	10
Svarsalternativ 5	6
Svarsalternativ 6	0
Svarsalternativ 7	Jag svarar inte på frågan.

Tillägg 15.6.2026:  
Efter urvalsprovet konstaterades det att formuleringen av deluppgift A2.5 inte på ett jämlikt sätt beaktade studerande från olika lärokurser, eftersom den inte motsvarade det framställningssätt som är typiskt för gymnasiets korta lärokurs i matematik. Därför beslöts det att alla sökande tilldelas fulla tre (3) poäng för deluppgiften.

## B1 Uppgift i logisk slutledning och problemlösning

Svara på deluppgifterna B1.1–B1.5. För den här uppgiften kan du få högst 15 poäng.

Du kan få minuspoäng för deluppgifterna B1.1 och B1.3, men det sammanlagda poängantalet för hela uppgift B1 är minst 0.

### B1.1 Sågning

För rätt svar får du 2 poäng och för fel svar -1 poäng. Om du låter bli att svara får du 0 poäng.

Det tar 10 minuter för Maria att såga en bräda i två delar. Om hon arbetar med exakt samma hastighet, hur länge tar det för henne att såga en annan helt likadan bräda i tre delar?

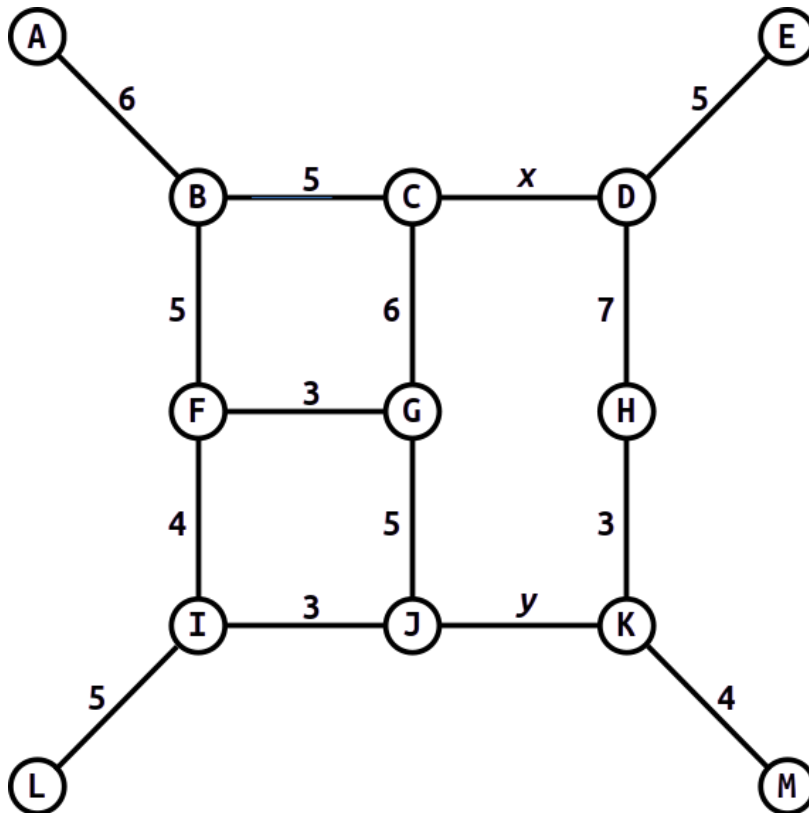
Välj ett alternativ. Om du inte vill svara, välj alternativet "Jag svarar inte på frågan".

Svarsalternativ 1	10
Svarsalternativ 2	15
Svarsalternativ 3	20
Svarsalternativ 4	30
Svarsalternativ 5	Jag svarar inte på frågan.

### B1.2 Avstånd

För rätt svar får du 3 poäng. Man kan inte få negativa poäng i deluppgiften. Om du inte svarar på frågan, så får du 0 poäng.

Figuren nedan föreställer 13 platser (betecknade med bokstäverna A, B, ..., M) och vägförbindelserna mellan dem anges med streck. Talen i samband med strecken anger resetiden i minuter för vägförbindelserna. Resetiden är densamma oberoende av riktning. Man kan resa mellan platserna enbart via de vägförbindelser som finns i figuren.



Tyvärr har informationen om resetiderna försvunnit för vägförbindelserna C–D och J–K, betecknade med variablerna  $x$  och  $y$ . Vi vet att den snabbaste rutten från plats A till plats M tar tid 30 minuter. Avsikten är att resa den snabbaste rutten från plats L till plats E. Hur länge tar resan högst?

Välj ett alternativ i rullgardinsmenyn. Om du inte vill svara, välj alternativet "Jag svarar inte på frågan".

Svar: #1# minuter.

Rullgardinsmenyns svarsalternativ i #1#:

Svarsalternativ 1	22
Svarsalternativ 2	23
Svarsalternativ 3	24
Svarsalternativ 4	25
Svarsalternativ 5	26
Svarsalternativ 6	27
Svarsalternativ 7	28
Svarsalternativ 8	29
Svarsalternativ 9	30

Svarsalternativ 10	31
Svarsalternativ 11	32
Svarsalternativ 12	33
Svarsalternativ 13	34
Svarsalternativ 14	35
Svarsalternativ 15	36
Svarsalternativ 16	37
Svarsalternativ 17	38
Svarsalternativ 18	39
Svarsalternativ 19	40
Svarsalternativ 20	41
Svarsalternativ 21	42
Svarsalternativ 22	43
Svarsalternativ 23	Jag svarar inte på frågan.

### B1.3 Lådor

För rätt svar får du 3 poäng och för fel svar -1 poäng. Om du låter bli att svara får du 0 poäng.

Vi har tre lådor i rad, av vilka en innehåller en guldtacka. På varje låda står en text.

- På lådan till vänster står det "Guldtackan är inte i denna låda".
- På lådan i mitten står det "Guldtackan är i denna låda".
- På lådan till höger står det "Guldtackan är inte i lådan i mitten".

Exakt en av texterna är sann. I vilken låda är guldtackan?

Välj ett alternativ. Om du inte vill svara, välj alternativet "Jag svarar inte på frågan".

Svarsalternativ 1	I lådan till vänster
Svarsalternativ 2	I lådan i mitten
Svarsalternativ 3	I lådan till höger
Svarsalternativ 4	Jag svarar inte på frågan.

### B1.4 Mynt

I båda punkterna får du 2 poäng för rätt svar; för fel svar eller om du låter bli att svara får du 0 poäng.

I denna uppgift radar vi upp mynt på ett bord. Myntets framsida kallas krona och myntets baksida kallas klave.

1. Vi har lagt 12 mynt på rad på bordet. För något positivt heltal  $x$  gäller att åtminstone 60 % av radens  $x$  första mynt är kronor och åtminstone 60 % av radens  $x$  sista mynt är klavar. Vilket är det största möjliga värdet på  $x$ ?
2. Vi har lagt 100 mynt på rad på bordet. För något positivt heltal  $y$  gäller att åtminstone  $2/3$  av radens  $y$  första mynt är kronor och åtminstone  $3/4$  av radens  $y$  sista mynt är klavar. Vilket är det största möjliga värdet på  $y$ ?

Välj ett alternativ för  $x$  och ett för  $y$  i rullgardinsmenyn. Om du inte vill svara, välj alternativet "Jag svarar inte på frågan".

Svar:  $x = \#1\#$  och  $y = \#2\#$

Rullgardinsmenyns svarsalternativ i #1#:

Svarsalternativ 1	6
Svarsalternativ 2	7
Svarsalternativ 3	8
Svarsalternativ 4	9
Svarsalternativ 5	10
Svarsalternativ 6	11
Svarsalternativ 7	12
Svarsalternativ 8	Jag svarar inte på frågan.

Rullgardinsmenyns svarsalternativ i #2#:

Svarsalternativ 1	0
Svarsalternativ 2	60
Svarsalternativ 3	61
Svarsalternativ 4	62
Svarsalternativ 5	63
Svarsalternativ 6	64
Svarsalternativ 7	65
Svarsalternativ 8	66
Svarsalternativ 9	67
Svarsalternativ 10	68

Svarsalternativ 11	69
Svarsalternativ 12	70
Svarsalternativ 13	71
Svarsalternativ 14	72
Svarsalternativ 15	73
Svarsalternativ 16	74
Svarsalternativ 17	75
Svarsalternativ 18	98
Svarsalternativ 19	99
Svarsalternativ 20	100
Svarsalternativ 21	Jag svarar inte på frågan.

### B1.5 Konfekt

För rätt svar får du 3 poäng. Man kan inte få negativa poäng i deluppgiften. Om du inte svarar på frågan, så får du 0 poäng.

Bröderna Mikko och Kalle fick likadana konfektaskar till julklapp och delade med sig av konfekten till släktingarna enligt följande. Mikko lade ut konfektbitar på 8 tallrikar så att alla hade samma antal konfektbitar och lämnade resten (färre än 8) till sig själv. Kalle lade ut konfektbitar på 9 tallrikar så att alla hade samma antal konfektbitar och lämnade resten (färre än 9) till sig själv. Nu tog Kalle en av tallrikarna som Mikko hade delat ut och han har nu 13 konfektbitar. Hur många konfektbitar var det från början i en konfektask? Antalet konfektbitar i konfektaskarna är det minsta möjliga antalet som uppfyller den beskrivna situationen.

Välj ett alternativ i rullgardinsmenyn. Om du inte vill svara, välj alternativet "Jag svarar inte på frågan".

Svar: #1#

Rullgardinsmenyns svarsalternativ i #1#:

Svarsalternativ 1	13
Svarsalternativ 2	14
Svarsalternativ 3	15
Svarsalternativ 4	16
Svarsalternativ 5	17
Svarsalternativ 6	18
Svarsalternativ 7	19

Svarsalternativ 8	20
Svarsalternativ 9	21
Svarsalternativ 10	22
Svarsalternativ 11	23
Svarsalternativ 12	24
Svarsalternativ 13	25
Svarsalternativ 14	26
Svarsalternativ 15	27
Svarsalternativ 16	28
Svarsalternativ 17	29
Svarsalternativ 18	30
Svarsalternativ 19	31
Svarsalternativ 20	32
Svarsalternativ 21	33
Svarsalternativ 22	34
Svarsalternativ 23	35
Svarsalternativ 24	36
Svarsalternativ 25	37
Svarsalternativ 26	38
Svarsalternativ 27	39
Svarsalternativ 28	40
Svarsalternativ 29	41
Svarsalternativ 30	42
Svarsalternativ 31	43
Svarsalternativ 32	44
Svarsalternativ 33	45
Svarsalternativ 34	46
Svarsalternativ 35	47
Svarsalternativ 36	48

Svarsalternativ 37	49
Svarsalternativ 38	50
Svarsalternativ 39	51
Svarsalternativ 40	52
Svarsalternativ 41	53
Svarsalternativ 42	54
Svarsalternativ 43	55
Svarsalternativ 44	56
Svarsalternativ 45	57
Svarsalternativ 46	58
Svarsalternativ 47	59
Svarsalternativ 48	60
Svarsalternativ 49	61
Svarsalternativ 50	62
Svarsalternativ 51	63
Svarsalternativ 52	64
Svarsalternativ 53	65
Svarsalternativ 54	66
Svarsalternativ 55	67
Svarsalternativ 56	68
Svarsalternativ 57	69
Svarsalternativ 58	70
Svarsalternativ 59	Jag svarar inte på frågan.

## **B2 Uppgift i logisk slutledning och problemlösning**

Svara på deluppgifterna B2.1–B2.5. För den här uppgiften kan du få högst 15 poäng.

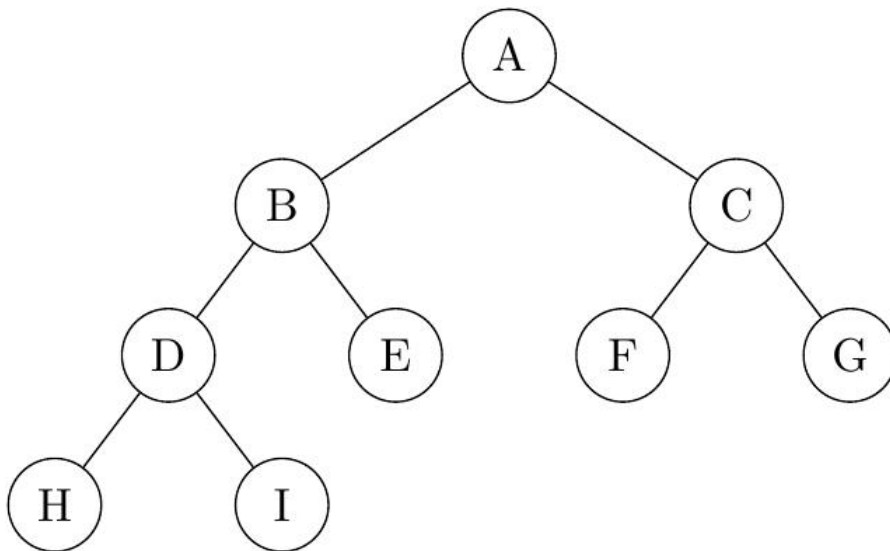
Du kan få minuspoäng för deluppgifterna B2.1, B2.4 och B2.5, men det sammanlagda poängantalet för hela uppgift B2 är minst 0.

Besvara uppgiften på basis av det bifogade materialet: [Träd \(PDF\)](#). Filen kan öppnas med vilket PDF-program som helst. Det öppnade materialet får dras till ett separat fönster bredvid uppgifterna.

### B2.1 Traverseringsordning

För rätt svar får du 2 poäng och för fel svar -1 poäng. Om du låter bli att svara får du 0 poäng.

Vi studerar följande träd.



I vilken ordning behandlas noderna i en djupet-först-sökning som startar från rotnoden A?

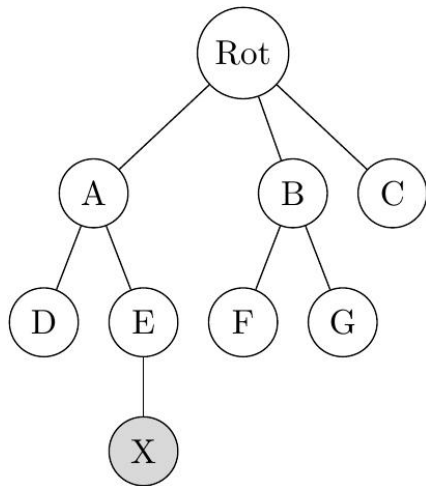
Svaret ska innehålla nio stora bokstäver. Inkludera inte kommatecken, mellanslag, punkt eller andra tecken i svaret.

Svar: [svarsfält]

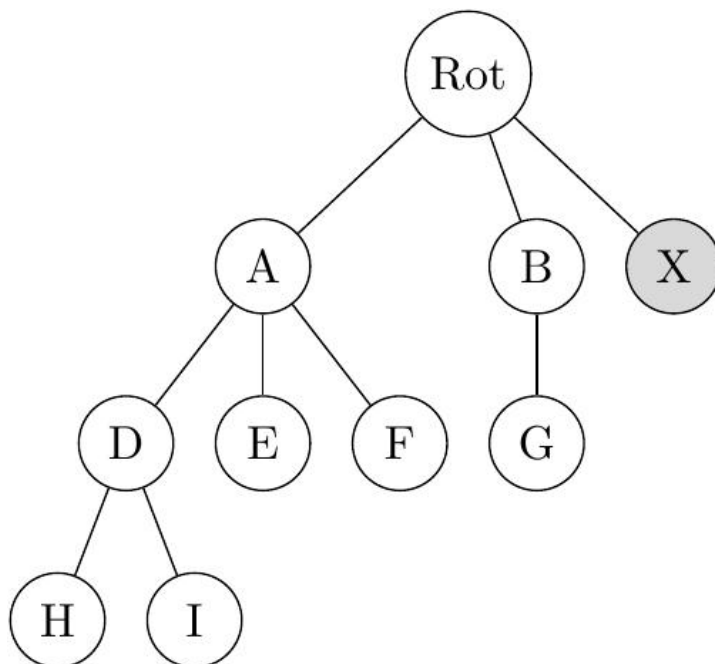
### B2.2 Jämförelse av sökalgoritmerna

Nedan finns fyra träd och noden vi vill nå är betecknad med X. Välj för varje träd vilken algoritm som kommer till noden X med det *färre* antalet genomgångna noder.

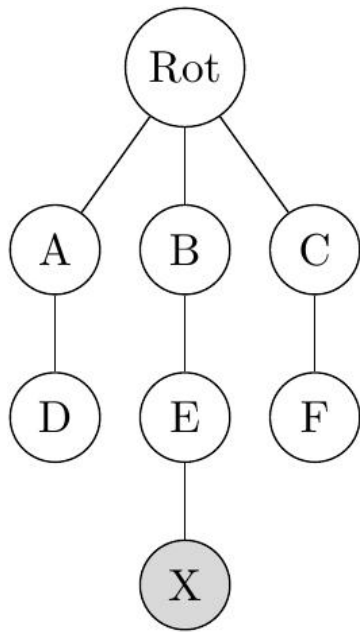
För varje rätt svar får du 1 poäng. Man kan inte få negativa poäng i deluppgiften. Om du inte svarar på frågan, så får du 0 poäng. Det maximala antalet poäng för uppgift B2.2 är således 4.



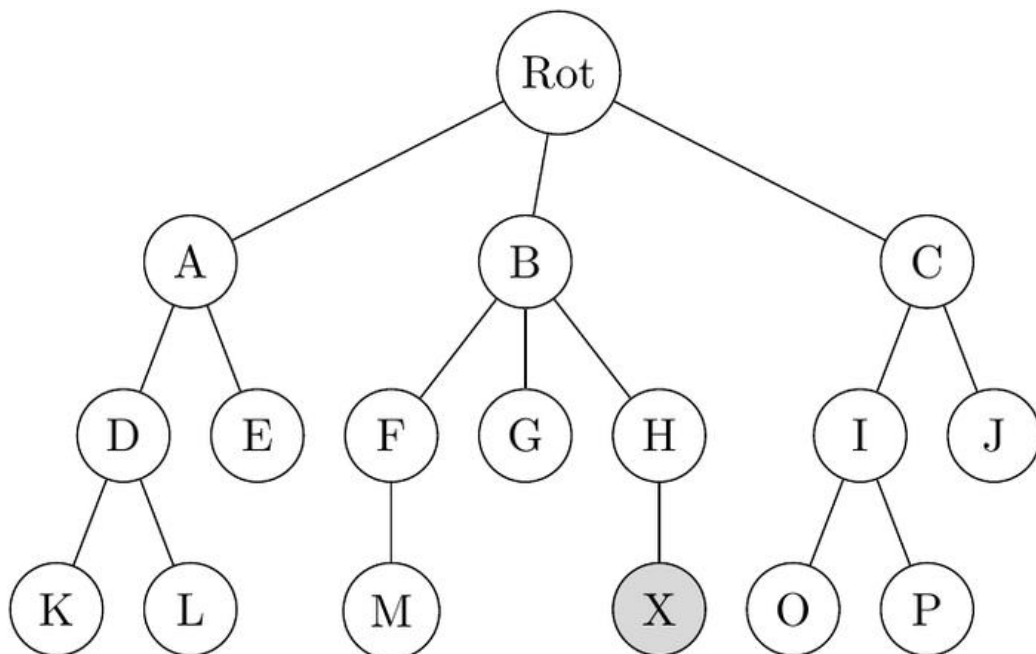
Svarsalternativ 1	Bredden-först-sökning
Svarsalternativ 2	Djupet-först-sökning
Svarsalternativ 3	Jag svarar inte på frågan.



Svarsalternativ 1	Bredden-först-sökning
Svarsalternativ 2	Djupet-först-sökning
Svarsalternativ 3	Jag svarar inte på frågan.



Svarsalternativ 1	Bredden-först-sökning
Svarsalternativ 2	Djupet-först-sökning
Svarsalternativ 3	Jag svarar inte på frågan.



Svarsalternativ 1	Bredden-först-sökning
Svarsalternativ 2	Djupet-först-sökning

Svarsalternativ 3

Jag svarar inte på frågan.

### B2.3 En serie operationer

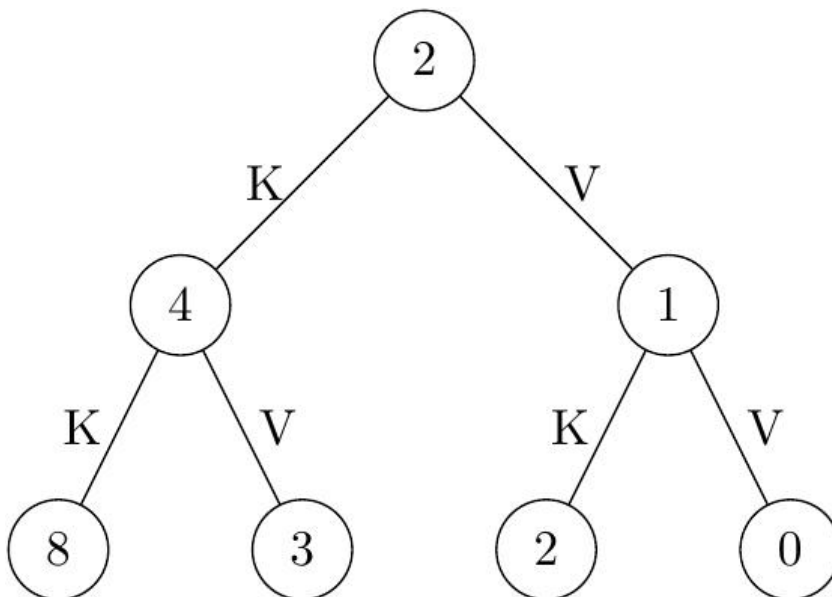
Åtminstone ett av påståendena nedan är rätt. Endast för ett helt rätt svar får du 3 poäng och för annat än ett helt rätt svar får du 0 poäng. Om du inte vill svara på frågan, välj inga påståenden. Då får du 0 poäng.

Träd och sökalgoritmer kan också användas i problemlösning. Ett sådant fall är systematisk genomgång av olika lösningsalternativ.

Låt oss anta att vi har två olika aritmetiska operationer vi kan utföra på talet  $x$ :

- Operation  $K$ : Multiplicera talet med två, dvs.  $(x \cdot 2)$ .
- Operation  $V$ : Subtrahera ett från talet, dvs.  $(x-1)$ .

Olika serier av operationer som förändrar talet 2 med operationerna  $K$  och  $V$  kan framställas som ett träd, där varje nod är ett tal och varje båge leder till ett nytt tal efter att operationen utförts. I denna uppgift leder operationen  $K$  alltid till det vänstra barnet och  $V$  till det högra barnet. Nedan ser vi ett träd, där operationerna  $K$  och  $V$  utförts på talet 2 två gånger på alla möjliga sätt. I trädet ser vi att vi av talet 2 får talet 3 med operationerna " $K V$ ", dvs. först multipliceras talet med två och sedan subtraheras ett.



Låt oss här anta att vi kan utföra högst 5 operationer efter varandra. Således bör trädet ovan förstöras så att det representerar alla möjliga serier bestående av fem operationer.

Vi vill med djupet-först-sökning eller bredden-först-sökning hitta en serie operationer så att vi av talet 2 får talet 5. Välj av de givna påståendena alla de påståenden som är rätt. Om du inte vill svara på frågan, välj inga påståenden.

[svarsalternativens ordning blandas om i provsystemet]

Svarsalternativ 1	Båda sökalgoritmerna hittar en serie operationer av samma längd, eftersom begränsningen av antalet operationer gör att båda sökalgoritmerna måste gå igenom samma antal noder.
Svarsalternativ 2	Båda sökalgoritmerna hittar en lösning, men djupet-först-sökningen hittar en kortare serie operationer än bredden-först-sökningen.
Svarsalternativ 3	Båda sökalgoritmerna hittar en lösning, men bredden-först-sökningen hittar en kortare serie operationer än djupet-först-sökningen.
Svarsalternativ 4	Djupet-först-sökningen hittar ingen serie operationer som gör att vi av talet 2 får talet 5.
Svarsalternativ 5	Ingendera sökalgoritmen hittar någon lösning, eftersom man av talet 2 inte kan få talet 5 med de givna operationerna.

## B2.4 Antal noder i ett träd

För rätt svar får du 3 poäng och för fel svar -1 poäng. Om du låter bli att svara får du 0 poäng.

En *lövnod* är en nod som inte har några barn.

Ett träd *höjd* är det största antalet bågar från rotnoden till en lövnod. Till exempel, trädet i figur 1 i det bifogade materialet har höjden 3: det är tre bågar från rotnoden till lövnoden F.

Vi studerar ett träd med höjden  $h \geq 1$ .

Låt oss anta att varje nod som inte är en lövnod har exakt  $m$  barn,  $m > 1$ , och att alla lövnoder är på samma höjd. Vad är det totala antalet noder i trädet?

Välj ett alternativ. Om du inte vill svara, välj alternativet "Jag svarar inte på frågan".

Svarsalternativ 1	$m^h$
Svarsalternativ 2	$h^m$
Svarsalternativ 3	$1 + m^h$
Svarsalternativ 4	$\frac{1 - m^h}{1 - m}$
Svarsalternativ 5	$\frac{1 - h^m}{1 - h}$

Svarsalternativ 6	$\frac{1 - m^{h+1}}{1 - m}$
Svarsalternativ 7	$\frac{1 - h^{m+1}}{1 - h}$
Svarsalternativ 8	$m \cdot \frac{1 - m^{h+1}}{1 - m}$
Svarsalternativ 9	Jag svarar inte på frågan.

### B2.5 Antal lövnoder i ett träd

För rätt svar får du 3 poäng och för fel svar -1 poäng. Om du låter bli att svara får du 0 poäng.

Låt oss fortfarande studera ett träd med höjden  $h \geq 1$ .

Vi antar att varje nod som inte är en lövnod har åtminstone  $m$  barn,  $m > 1$ .

Vilket är det minsta möjliga antalet lövnoder i trädet?

Välj ett alternativ. Om du inte vill svara, välj alternativet "Jag svarar inte på frågan".

Svarsalternativ 1	$m$
Svarsalternativ 2	$h$
Svarsalternativ 3	$m^h$
Svarsalternativ 4	$hm - h + 1$
Svarsalternativ 5	$hm$
Svarsalternativ 6	$1 + hm$
Svarsalternativ 7	$1 + m + m^2 + \dots + m^{h-1}$
Svarsalternativ 8	Jag svarar inte på frågan.

## KAAVALIITE / FORMELBILAGA

### Vakioita ja muuntokertoimia / Konstanter och omvandlingsfaktorer

$$a_0 = 5,291772105 \cdot 10^{-11} \text{ m}$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H m}^{-1}$$

$$c = 299792458 \text{ m s}^{-1}$$

$$m_e = 9,1093837139 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

$$e = 1,6021766346 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$m_n = 1,6749275006 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$\epsilon_0 = 8,8541878188 \cdot 10^{-12} \text{ F m}^{-1}$$

$$m_p = 1,6726219259 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$F = 96485 \text{ C mol}^{-1}$$

$$N_A = 6,02214076 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

$$g = 9,80665 \text{ m s}^{-2}$$

$$R = 8,314462618 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

$$G = 6,67430 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$$

$$= 0,08314462618 \text{ bar dm}^3 \text{ mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

$$h = 6,62607015 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$$

$$R_H = 1,09678 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$$

$$k_B = 1,380649 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$$

$$\sigma = 5,670374 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$$

$$0^\circ \text{C} = 273,15 \text{ K}$$

$$360^\circ = 2\pi \text{ rad}$$

$$1 \text{ atm} = 101325 \text{ Pa} = 1,01325 \text{ bar}$$

### Matematiikka / Matematik

$$a_n = a_1 + (n-1)d, \quad \sum_{i=1}^n a_i = n \cdot \frac{a_1 + a_n}{2}$$

$$D \sin x = \cos x$$

$$D \cos x = -\sin x$$

$$a_n = a_1 q^{n-1}, \quad \sum_{i=1}^n a_i = a_1 \cdot \frac{1 - q^n}{1 - q}, \quad q \neq 1$$

$$D(f(x) + g(x)) = f'(x) + g'(x)$$

$$D(f(x)g(x)) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

$$D(f(g(x))) = f'(g(x))g'(x)$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$$

$$\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha, \quad \sin(-\alpha) = -\sin \alpha$$

$$\cos(-\alpha) = \cos \alpha, \quad \sin(\pi - \alpha) = \sin(\alpha)$$

$$K_n = Kq^n$$

$$P(X = r) = \binom{n}{r} p^r (1-p)^{n-r}$$

$$Dx^n = nx^{n-1}$$

$$De^x = e^x$$

$\alpha$	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$
0	0	1
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0
$\pi$	0	-1

$$A = \lambda N$$

$$a = \frac{v^2}{r}$$

$$B = \mu_o H$$

$$B = \frac{\mu_o I}{2\pi r}$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_o \mu_o}}$$

$$C = \frac{1}{\Sigma \frac{1}{C_i}}$$

$$C = \Sigma C_i$$

$$C = \epsilon_r \epsilon_o \frac{A}{d}$$

$$C = \frac{Q}{U}$$

$$d \sin \alpha = k\lambda$$

$$2d \sin \theta = k\lambda$$

$$e = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$$

$$E = \frac{1}{2} C U^2$$

$$E = \frac{1}{2} k x^2$$

$$E = \frac{1}{2} m v^2$$

$$E = \frac{F}{q}$$

$$E = \gamma m c^2$$

$$E = hf$$

$$E = mgh$$

$$E = qU$$

$$E = \frac{U}{d}$$

$$\epsilon = \epsilon_r \epsilon_o$$

$$\eta = \frac{E_a}{E_o}$$

$$\eta = \frac{W}{Q}$$

$$f = \frac{1}{T}$$

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$$F = -kx$$

$$F = \frac{\mu_o I_1 I_2}{2\pi r} \ell$$

$$F = \mu N$$

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi \epsilon_o r^2}$$

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

$$\Phi = \vec{A} \cdot \vec{B}$$

$$I = F \Delta t$$

$$I = \frac{P}{A}$$

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

$$I = \sigma T^4$$

$$\ell = \ell_o (1 + \alpha \Delta T)$$

$$\lambda = \frac{b}{T}$$

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$$

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\mu = \mu_r \mu_0$$

$$n = \frac{c}{v}$$

$$n = \frac{m}{M}$$

$$n = \frac{N}{N_A}$$

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2$$

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

$$N = \rho g V$$

$$p = \frac{F}{A}$$

$$p = \frac{nRT}{V}$$

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

$$p = \rho gh$$

$$P = UI$$

$$P = \frac{W}{t}$$

$$Q = cm\Delta T$$

$$Q = rm$$

$$Q = sm$$

$$R = \rho \frac{l}{A}$$

$$R = \Sigma R_i$$

$$R = \frac{1}{\Sigma \frac{1}{R_i}}$$

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$\Delta U = Q + W$$

$$U = RI$$

$$V = \frac{E}{q}$$

$$v = f\lambda$$

$$v = v_0 + at$$

$$V = V_0(1 + \gamma\Delta T)$$

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s}$$

$$W = p\Delta V$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

## Kemia / Kemi

$$n = \frac{m}{M}$$

$$n = \frac{N}{N_A}$$

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$pV = nRT$$

$$It = nzF$$

$$\text{pH} = \text{p}K_a + \lg \frac{[A^-]}{[HA]}$$

$$K_W = 1,008 \cdot 10^{-14} \text{ (mol}^2 \text{ dm}^{-6}\text{)}, \text{ kun/när } T = 25 \text{ }^\circ\text{C}$$

## Alkuaineiden jaksollinen järjestelmä / Grundämnenas periodiska system

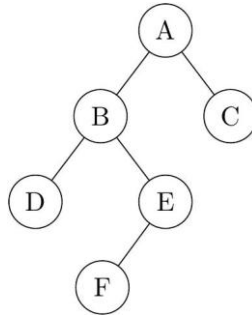
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1			järjestysluku kemiallinen merkki atomimassa										1 <b>H</b> 1,008		atomnummer kemiskt tecken atommassa		2 <b>He</b> 4,003	
2	3 <b>Li</b> 6,941	4 <b>Be</b> 9,012											5 <b>B</b> 10,81	6 <b>C</b> 12,01	7 <b>N</b> 14,01	8 <b>O</b> 16,00	9 <b>F</b> 19,00	10 <b>Ne</b> 20,18
3	11 <b>Na</b> 22,99	12 <b>Mg</b> 24,31											13 <b>Al</b> 26,98	14 <b>Si</b> 28,09	15 <b>P</b> 30,97	16 <b>S</b> 32,07	17 <b>Cl</b> 35,45	18 <b>Ar</b> 39,95
4	19 <b>K</b> 39,10	20 <b>Ca</b> 40,08	21 <b>Sc</b> 44,96	22 <b>Ti</b> 47,87	23 <b>V</b> 50,94	24 <b>Cr</b> 52,00	25 <b>Mn</b> 54,94	26 <b>Fe</b> 55,85	27 <b>Co</b> 58,93	28 <b>Ni</b> 58,69	29 <b>Cu</b> 63,55	30 <b>Zn</b> 65,38	31 <b>Ga</b> 69,72	32 <b>Ge</b> 72,63	33 <b>As</b> 74,92	34 <b>Se</b> 78,96	35 <b>Br</b> 79,90	36 <b>Kr</b> 83,80
5	37 <b>Rb</b> 85,47	38 <b>Sr</b> 87,62	39 <b>Y</b> 88,91	40 <b>Zr</b> 91,22	41 <b>Nb</b> 92,91	42 <b>Mo</b> 95,94	43 <b>Tc</b> (98)	44 <b>Ru</b> 101,07	45 <b>Rh</b> 102,91	46 <b>Pd</b> 106,42	47 <b>Ag</b> 107,87	48 <b>Cd</b> 112,41	49 <b>In</b> 114,82	50 <b>Sn</b> 118,71	51 <b>Sb</b> 121,76	52 <b>Te</b> 127,60	53 <b>I</b> 126,90	54 <b>Xe</b> 131,29
6	55 <b>Cs</b> 132,91	56 <b>Ba</b> 137,33	57-71	72 <b>Hf</b> 178,49	73 <b>Ta</b> 180,95	74 <b>W</b> 183,84	75 <b>Re</b> 186,21	76 <b>Os</b> 190,23	77 <b>Ir</b> 192,22	78 <b>Pt</b> 195,08	79 <b>Au</b> 196,97	80 <b>Hg</b> 200,59	81 <b>Tl</b> 204,38	82 <b>Pb</b> 207,2	83 <b>Bi</b> 208,98	84 <b>Po</b>	85 <b>At</b>	86 <b>Rn</b>
7	87 <b>Fr</b>	86 <b>Ra</b>	89-103	104 <b>Rf</b>	105 <b>Db</b>	106 <b>Sg</b>	107 <b>Bh</b>	108 <b>Hs</b>	109 <b>Mt</b>	110 <b>Ds</b>	111 <b>Rg</b>	112 <b>Cn</b>	113 <b>Nh</b>	114 <b>Fl</b>	115 <b>Mc</b>	116 <b>Lv</b>	117 <b>Ts</b>	118 <b>Og</b>

Lantanoidit/ lantanoider	57 <b>La</b> 138,91	58 <b>Ce</b> 140,12	59 <b>Pr</b> 140,91	60 <b>Nd</b> 144,24	61 <b>Pm</b>	62 <b>Sm</b> 150,36	63 <b>Eu</b> 151,96	64 <b>Gd</b> 157,25	65 <b>Tb</b> 158,93	66 <b>Dy</b> 162,50	67 <b>Ho</b> 164,93	68 <b>Er</b> 167,26	69 <b>Tm</b> 168,93	70 <b>Yb</b> 173,05	71 <b>Lu</b> 174,97
Aktinoidit/ aktinoider	89 <b>Ac</b>	90 <b>Th</b> 232,04	91 <b>Pa</b> 231,04	92 <b>U</b> 238,03	93 <b>Np</b>	94 <b>Pu</b>	95 <b>Am</b>	96 <b>Cm</b>	97 <b>Bk</b>	98 <b>Cf</b>	99 <b>Es</b>	100 <b>Fm</b>	101 <b>Md</b>	102 <b>No</b>	103 <b>Lr</b>

## Träd

Ett träd är en hierarkisk datastruktur, som består av *noder* och *bågar* som förbinder dem. Trädet har en *rotnod*, från vilken andra noder förgrenar sig nedåt. Varje nod kan ha noll eller flera barn, men varje barn har en enda förälder, förutom rotnoden. En båge förbinder en förälder och ett barn.

I figur 1 har vi ett exempel på ett träd.



Figur 1: Ett träd med rotnoden A. Barnen till noden A är noderna B och C, B:s barn är D och E, och E:s barn är F. B:s förälder är A, och så vidare.

För traversering, dvs. genomsökning, av ett träd används sökalgoritmer. De två kändaste är *bredden-först-sökning* och *djupet-först-sökning*.

**Bredden-först-sökning** går igenom trädet nivå för nivå. Först behandlas rotnoden, sedan alla dess barn från vänster till höger, sedan barnens barn på motsvarande sätt, och så vidare så länge det finns noder kvar som inte behandlats, eller tills den nod som söks har nåtts.

**Djupet-först-sökning** går igenom trädet en gren i taget. Genomsökningen börjar med rotnoden och framskrider så att man alltid går till det av nodens obehandlade barn som är längst till vänster och behandlar det. På så sätt går man vidare längre och längre ned så långt det är möjligt. När man kommer till en nod utan obehandlade barn, går man tillbaka uppåt tills man hittar en nod som ännu har åtminstone ett obehandlat barn och sedan behandlar man det obehandlade barn som är längst till vänster. Man fortsätter så länge det finns noder kvar som inte behandlats, eller tills den nod som söks har nåtts.

För båda algoritmerna gäller att utförandet av algoritmen avslutas omedelbart då den nod som söks har nåtts. Vidare gäller för båda algoritmerna att utförandet av algoritmen avslutas om hela trädet behandlats.

Bredden-först-sökning av trädet i figur 1 behandlar noderna i följande ordning: A, B, C, D, E, F. På motsvarande sätt behandlar djupet-först-sökning noderna i följande ordning: A, B, D, E, F, C. Om vi söker noden D hittar bredden-först-sökningen den som fjärde, medan djupet-först-sökningen hittar den som tredje.