

Urvalsprov A

Den fördjupade differentierade delen i matematik

Den öppnade delen måste utföras på en gång och du kan inte återvända till den senare.

När den delspecifika tiden har löpt ut stängs delen i fråga. Om du inte hinner utföra delen sparas den senaste situationen som svar.

Delen består av uppgifterna C1–C2. Du ska svara på båda uppgifterna. Du kan få sammanlagt högst 30 poäng för uppgifterna.

Om du inte svarar eller väljer alternativet "Jag svarar inte på frågan" minskar inte poängen.

Uppgifterna baserar sig på materialet och informationen i provet.

Materialfilerna är pdf-filer som kan öppnas med vilket pdf-program som helst. Det öppnade provmaterialet får dras till ett separat fönster bredvid uppgifterna.

Du kan använda den bifogade formelbilagan som hjälp när du löser uppgifterna i den här delen: [Formelbilaga \(PDF\)](#)

Spara själv svaret på essäuppgifterna med knappen "Spara ditt svar". Dessutom sparas essäsvaret automatiskt med cirka en halv minuts mellanrum och när du lämnar delen.

I den här delens uppgifter kan man använda formelredigeraren. Den kommer fram i rutans nedre kant när du börjar mata in innehåll i svarsfältet. I svarsfältet kan du skriva in text och formler.

Specialtecken och formler kan läggas in från balken längst nere i fönstret. De flesta formelbeteckningarna finns bakom knappen "Lägg till formel". Också specialtecken kan användas för att skriva formler. Alla specialtecken som kan användas får du fram genom att expandera balken med hjälp av pilen på höger sida. De flesta snabbkommandona hittar du bakom frågetecknet.

Det är tillåtet att använda sökfunktionen (till exempel med tangentkombinationen Ctrl+F eller Cmd+F). Sökfunktionen kanske inte hittar all text, till exempel text i bilder.

Räknare

I den här delen av urvalsprovet kan man använda provsystemets funktionsräknare. Man kan öppna den genom att trycka på Räknare-ikonen i högra kanten (eller med tangentkombinationen Shift + Alt + L eller Cmd + Shift + L). Man kan dölja räknaren genom att trycka på x-tecknet som du hittar i vänstra kanten av räknaren (eller med tangentkombinationen Shift + Alt + L eller Cmd + Shift + L). Den uträkning som finns på räknaren försvinner inte då man döljer räknaren. Räkneoperationerna kan delvis också matas in med hjälp av tangentbordet.

Endast användning av provsystemets räknare är tillåtet. Innehav av en separat räknare samt att ha datorns räknare, andra räkneapplikationer eller andra räknefunktioner öppna betraktas som fusk och leder till att provprestationen underkänns.

C1 Fördjupad uppgift i matematik

Svara på deluppgifterna C1.1–C1.3. För den här uppgiften kan du få högst 15 poäng.

För varje deluppgift kan du få 5 poäng. Ge detaljerade motiveringar i alla deluppgifter.

C1.1

En donator skänker den 1.1.2027 en summa pengar till gymnasiets stipendiefond, med avsikten att ett stipendium på 500 € delas ut under åren 2027, 2028 och 2029. Hur stor måste donationssumman åtminstone vara, då kapitalet växer med en ränta på 5 % per år? Räntan läggs till kapitalet i slutet av varje år och stipendierna delas ut samma dag, efter att räntan har betalats ut.

Svar [svarsfält]

C1.2

Hörnen i en triangel är $A = (1,2)$, $B = (4,1)$ och $C = (5,4)$. Beräkna storleken på vinkeln $\sphericalangle CBA$ med en grads noggrannhet.

Svar [svarsfält]

C1.3

På grund av tidvattnet varierar havsnivån h som en funktion av tiden t enligt uttrycket $h(t) = a \sin(b \cdot t + c) + d$.

En viss dag vid Engelska kanalen är vattnet som lägst 4 meter kl. 4.00 och nästa gång som högst 8 meter kl. 16.25.

Tiden t mäts i timmar från midnatt 0.00 och som vinkelenhet används radianer. Bestäm konstanterna a , b , c och d .

Svar [svarsfält]

C2 Fördjupad uppgift i matematik

Svara på deluppgifterna C2.1–C2.3. För den här uppgiften kan du få högst 15 poäng.

För varje deluppgift kan du få 5 poäng. Ge detaljerade motiveringar i alla deluppgifter.

C2.1

Under gynnsamma förhållanden följer antalet $b(t)$ av en viss bakterie sambandet $b(t) = b(0) e^{kt}$, där $k > 0$ är en konstant. Visa genom uträkning att bakterieantalets förändringshastighet, alltså derivatafunktionen av $b(t)$, är direkt proportionell mot bakteriernas antal vid alla tidpunkter. Vilken är proportionalitetskonstanten?

Svar [svarsfält]

C2.2

Den här uppgiften är en fortsättning på uppgift C2.1.

Med fördubblingstiden menas den konstant T , som uppfyller $b(t + T) = 2b(t)$. Visa genom uträkning att funktionen som beskriver bakteriernas antal har en fördubblingstid, som är oberoende av tidpunkten t , och uttryck den med hjälp av konstanten k .

Svar [svarsfält]

C2.3

Den här uppgiften är en fortsättning på uppgifterna C2.1 och C2.2.

Låt T vara fördubblingstiden. Medelvärdet av bakterieantalet i tidsintervallet $[0, T]$ ges av uttrycket $\frac{1}{T} \int_0^T b(t) dt$. Bestäm det här medelvärdet.

Är medelvärdet beroende av konstanten k ?

Svar [svarsfält]

KAAVALIITE / FORMELBILAGA

Vakioita ja muuntokertoimia / Konstanter och omvandlingsfaktorer

$$a_0 = 5,291772105 \cdot 10^{-11} \text{ m}$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H m}^{-1}$$

$$c = 299792458 \text{ m s}^{-1}$$

$$m_e = 9,1093837139 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

$$e = 1,6021766346 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$m_n = 1,6749275006 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$\epsilon_0 = 8,8541878188 \cdot 10^{-12} \text{ F m}^{-1}$$

$$m_p = 1,6726219259 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$F = 96485 \text{ C mol}^{-1}$$

$$N_A = 6,02214076 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

$$g = 9,80665 \text{ m s}^{-2}$$

$$R = 8,314462618 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

$$G = 6,67430 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$$

$$= 0,08314462618 \text{ bar dm}^3 \text{ mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

$$h = 6,62607015 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$$

$$R_H = 1,09678 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$$

$$k_B = 1,380649 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$$

$$\sigma = 5,670374 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$$

$$0^\circ \text{C} = 273,15 \text{ K}$$

$$360^\circ = 2\pi \text{ rad}$$

$$1 \text{ atm} = 101325 \text{ Pa} = 1,01325 \text{ bar}$$

Matematiikka / Matematik

$$a_n = a_1 + (n-1)d, \quad \sum_{i=1}^n a_i = n \cdot \frac{a_1 + a_n}{2}$$

$$D \sin x = \cos x$$

$$D \cos x = -\sin x$$

$$a_n = a_1 q^{n-1}, \quad \sum_{i=1}^n a_i = a_1 \cdot \frac{1 - q^n}{1 - q}, \quad q \neq 1$$

$$D(f(x) + g(x)) = f'(x) + g'(x)$$

$$D(f(x)g(x)) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

$$D(f(g(x))) = f'(g(x))g'(x)$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$$

$$\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha, \quad \sin(-\alpha) = -\sin \alpha$$

$$\cos(-\alpha) = \cos \alpha, \quad \sin(\pi - \alpha) = \sin(\alpha)$$

$$K_n = Kq^n$$

$$P(X = r) = \binom{n}{r} p^r (1-p)^{n-r}$$

$$Dx^n = nx^{n-1}$$

$$De^x = e^x$$

α	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$
0	0	1
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0
π	0	-1

$$A = \lambda N$$

$$a = \frac{v^2}{r}$$

$$B = \mu_o H$$

$$B = \frac{\mu_o I}{2\pi r}$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_o \mu_o}}$$

$$C = \frac{1}{\Sigma \frac{1}{C_i}}$$

$$C = \Sigma C_i$$

$$C = \epsilon_r \epsilon_o \frac{A}{d}$$

$$C = \frac{Q}{U}$$

$$d \sin \alpha = k\lambda$$

$$2d \sin \theta = k\lambda$$

$$e = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$$

$$E = \frac{1}{2} C U^2$$

$$E = \frac{1}{2} k x^2$$

$$E = \frac{1}{2} m v^2$$

$$E = \frac{F}{q}$$

$$E = \gamma m c^2$$

$$E = hf$$

$$E = mgh$$

$$E = qU$$

$$E = \frac{U}{d}$$

$$\epsilon = \epsilon_r \epsilon_o$$

$$\eta = \frac{E_a}{E_o}$$

$$\eta = \frac{W}{Q}$$

$$f = \frac{1}{T}$$

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$$F = -kx$$

$$F = \frac{\mu_o I_1 I_2}{2\pi r} \ell$$

$$F = \mu N$$

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi \epsilon_o r^2}$$

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

$$\Phi = \vec{A} \cdot \vec{B}$$

$$I = F \Delta t$$

$$I = \frac{P}{A}$$

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

$$I = \sigma T^4$$

$$\ell = \ell_o (1 + \alpha \Delta T)$$

$$\lambda = \frac{b}{T}$$

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$$

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\mu = \mu_r \mu_0$$

$$n = \frac{c}{v}$$

$$n = \frac{m}{M}$$

$$n = \frac{N}{N_A}$$

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2$$

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

$$N = \rho g V$$

$$p = \frac{F}{A}$$

$$p = \frac{nRT}{V}$$

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

$$p = \rho gh$$

$$P = UI$$

$$P = \frac{W}{t}$$

$$Q = cm\Delta T$$

$$Q = rm$$

$$Q = sm$$

$$R = \rho \frac{l}{A}$$

$$R = \Sigma R_i$$

$$R = \frac{1}{\Sigma \frac{1}{R_i}}$$

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$\Delta U = Q + W$$

$$U = RI$$

$$V = \frac{E}{q}$$

$$v = f\lambda$$

$$v = v_0 + at$$

$$V = V_0(1 + \gamma\Delta T)$$

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s}$$

$$W = p\Delta V$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

Kemia / Kemi

$$n = \frac{m}{M}$$

$$It = nzF$$

$$n = \frac{N}{N_A}$$

$$\text{pH} = \text{p}K_a + \lg \frac{[A^-]}{[HA]}$$

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$K_W = 1,008 \cdot 10^{-14} \text{ (mol}^2 \text{ dm}^{-6}\text{)}, \text{ kun/när } T = 25 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$pV = nRT$$

Alkuaineiden jaksollinen järjestelmä / Grundämnenas periodiska system

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	järjestysluku kemiallinen merkki atomimassa												1 H 1,008		atomnummer kemiskt tecken atommassa		2 He 4,003	
2	3 Li 6,941	4 Be 9,012											5 B 10,81	6 C 12,01	7 N 14,01	8 O 16,00	9 F 19,00	10 Ne 20,18
3	11 Na 22,99	12 Mg 24,31											13 Al 26,98	14 Si 28,09	15 P 30,97	16 S 32,07	17 Cl 35,45	18 Ar 39,95
4	19 K 39,10	20 Ca 40,08	21 Sc 44,96	22 Ti 47,87	23 V 50,94	24 Cr 52,00	25 Mn 54,94	26 Fe 55,85	27 Co 58,93	28 Ni 58,69	29 Cu 63,55	30 Zn 65,38	31 Ga 69,72	32 Ge 72,63	33 As 74,92	34 Se 78,96	35 Br 79,90	36 Kr 83,80
5	37 Rb 85,47	38 Sr 87,62	39 Y 88,91	40 Zr 91,22	41 Nb 92,91	42 Mo 95,94	43 Tc (98)	44 Ru 101,07	45 Rh 102,91	46 Pd 106,42	47 Ag 107,87	48 Cd 112,41	49 In 114,82	50 Sn 118,71	51 Sb 121,76	52 Te 127,60	53 I 126,90	54 Xe 131,29
6	55 Cs 132,91	56 Ba 137,33	57-71	72 Hf 178,49	73 Ta 180,95	74 W 183,84	75 Re 186,21	76 Os 190,23	77 Ir 192,22	78 Pt 195,08	79 Au 196,97	80 Hg 200,59	81 Tl 204,38	82 Pb 207,2	83 Bi 208,98	84 Po	85 At	86 Rn
7	87 Fr	86 Ra	89-103	104 Rf	105 Db	106 Sg	107 Bh	108 Hs	109 Mt	110 Ds	111 Rg	112 Cn	113 Nh	114 Fl	115 Mc	116 Lv	117 Ts	118 Og

Lantanoidit/ lantanoideer	57 La 138,91	58 Ce 140,12	59 Pr 140,91	60 Nd 144,24	61 Pm	62 Sm 150,36	63 Eu 151,96	64 Gd 157,25	65 Tb 158,93	66 Dy 162,50	67 Ho 164,93	68 Er 167,26	69 Tm 168,93	70 Yb 173,05	71 Lu 174,97
Aktinoidit/ aktinoideer	89 Ac	90 Th 232,04	91 Pa 231,04	92 U 238,03	93 Np	94 Pu	95 Am	96 Cm	97 Bk	98 Cf	99 Es	100 Fm	101 Md	102 No	103 Lr