

Valintakoe A 2025

Ratkaisut

Yhteinen osio

A1 Matematiikan tehtävä.

A1.1 Vastaus on $x \geq 7$.

Perustelu: $4x + 7 \leq 6x - 7 \Leftrightarrow -2x \leq -14 \Leftrightarrow x \geq 7$.

A1.2 Vastaus on 7.

Perustelu: Yhtälön $x^2 - x - 12 = 0$ ratkaisut ovat $x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12)}}{2 \cdot 1} = \frac{1 \pm 7}{2}$. Suurempi ratkaisu on siis 4 ja pienempi -3 . Suuremman ja pienemmän erotus on siten $4 - (-3) = 7$.

A1.3 Suorien ainoa leikkauspiste on $(\frac{4}{7}, -\frac{2}{7})$.

Perustelu: Leikkauspisteen x -koordinaatti saadaan sijoittamalla $y = 3x - 2$ toisen suoran yhtälöön, jolloin saadaan $x + 2(3x - 2) = 0 \Leftrightarrow 7x = 4 \Leftrightarrow x = \frac{4}{7}$. Sijoittamalla tämä yhtälöön $x + 2y = 0$ saadaan $\frac{4}{7} + 2y = 0 \Leftrightarrow y = -\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{7} = -\frac{2}{7}$.

A1.4 Vastaus on $\frac{1}{36}$.

Perustelu: 1. heitolla saadaan silmäluku 1 todennäköisyydellä $\frac{1}{6}$ ja toisella silmäluku 3 todennäköisyydellä $\frac{1}{6}$. Riippumattomien tapahtumien todennäköisyys saadaan tulosäännöllä $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$.

A1.5 Vastaus on $\frac{1}{12}$.

Perustelu: Nopanheiton tulokset, joilla silmälukujen summaksi saadaan 4 ovat $(1, 3)$, $(2, 2)$ ja $(3, 1)$. Nämä ovat toisensa poissulkevat, joten kysytty todennäköisyys saadaan näiden todennäköisyyksien summana. Tehtävän A1.4 tavoin voidaan todeta, että kunkin todennäköisyys on $\frac{1}{36}$. Tehtävässä kysytty todennäköisyys on siis $3 \cdot \frac{1}{36} = \frac{1}{12}$.

A2 Matematiikan tehtävä.

A2.1 Vastaus on 2.

Perustelu: Tehtävän kolmio voidaan jakaa kahdeksi yhteneväksi suorakulmaiseksi kolmioksi piirtämällä jana koh-tisuoraan kolmion huipusta kannalle. Näiden suorakulmaisten kolmioiden kateetit ovat 1 ja $\sqrt{3}$, ja hypotenuusat ovat alkuperäisen kolmion kyljet. Näiden pituudet ovat siis $\sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} = 2$.

A2.2 Vastaus on $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Perustelu: Kosinit saadaan laskemalla tehtävän A2.1 viereisten kateettien suhde hypotenuusaan.

A2.3 Vastaukset ovat $(3, 3)$, $(-2, -12)$ ja $(10, 24)$.

Perustelu: Suoran yhtälö on muotoa $y = 3x + b$. Leikkauspisteen perusteella saadaan yhtälö $0 = 3 \cdot 2 + b$, josta $b = -6$. Suoralla olevat pisteet ovat ne, jotka toteuttavat suoran yhtälön $y = 3x - 6$.

A2.4 Vastaus on 40 cm ja 10 cm.

Perustelu: Kutistumat ovat $4,00 \text{ m} \cdot 0,10 = 40 \text{ cm}$ ja $2,00 \text{ m} \cdot 0,05 = 10 \text{ cm}$.

A2.5 Vastaus on 14,5 %.

Perustelu: Kutistuneen kankaan pinta-ala on $3,60 \cdot 1,90 \text{ m}^2 = 6,84 \text{ m}^2$, jolloin kutistuma on $8,00 \text{ m}^2 - 6,84 \text{ m}^2 = 1,16 \text{ m}^2$. Suhteuttamalla tämä alkuperäiseen pinta-alaan saadaan 0,145, prosentteina ilmaistuna 14,5 %.

B1 Loogisen päättelyn ja ongelmanratkaisun tehtävä.

B1.1 Sukat Vastaus: 4

Perustelu: Jos otetaan 3 sukkaa, on mahdollista, että saadaan yksi musta, yksi sininen ja yksi valkoinen sukka. Kun otetaan neljäs sukka, se on aina samanvärinen kuin jokin jo otettu sukka.

B1.2. Pumppuvoimalaitos Vastaus: 4 tuntia 48 minuuttia.

Perustelu: Olkoon pumpun A:n pumppaama vesimäärä x yksikköä tunnissa, pumpun B y yksikköä ja pumpun C z yksikköä. Tiedämme, että $4x + 4y + 4z = 8y + 8z = 6x + 6z$. Tästä saamme $x = 3z$ ja $y = 2z$ ja säiliön tilavuus on siis $24z$. Kysyttiin mikä on aika a , jolla $a(x + y) = 24z$, eli $5az = 24z$. Saamme ratkaisuksi $a = 24/5 = 4,8$ tuntia. 0,8 tuntia on 48 minuuttia.

B1.3 Lamput Vastaus: 16

Perustelu: Koska $14 \cdot 7 = 98$, tarvitaan vähintään 15 toimenpidettä. Joka toimenpiteellä vaihdetaan 7 lampun tila, joten mahdolliset lisäykset päällä olevien lamppujen määrässä on 1, 3, 5 tai 7. Koska pitää vaihtaa 100 lampun tilaa, ja 100 on parillinen luku, on toimenpiteiden määrä oltava parillinen (muuten lopputuloksena on pariton määrä lampun tilan vaihtoja). Näin ollen pienin mahdollinen määrä toimenpiteitä on 16. Osoitamme vielä, että 16 riittää. Joko tehdään 10 toimenpidettä, joissa kussakin tulee 7 lamppua lisää päälle, ja 6 toimenpidettä, joissa kussakin tulee 5 lamppua lisää päälle, TAI tehdään 13 toimenpidettä, joissa kussakin tulee 7 lamppua lisää päälle, ja 3 toimenpidettä, joissa kussakin tulee 3 lamppua lisää päälle. Eli $10 \cdot 7 + 6 \cdot 5 = 100$ ja $13 \cdot 7 + 3 \cdot 3 = 100$.

B1.4 Valehtelijat Vastaus: Dani ja Kalle valehtelevat, Emmi ja Fanny puhuvat totta.

Perustelu: Jos Kalle puhuisi totta, sekä Dani että Emmi valehtelisivat. Dani kuitenkin sanoo, että Emmi valehtelee. Jotta Dani valehtelisi, olisi Emmi on puhuttava totta. Tämä on ristiriita, joten Kalle valehtelee.

Koska Kalle valehtelee, Fanny puhuu siis totta. Totta puhuva Fanny sanoo, että Dani valehtelee, ja tästä tiedämme Danin valehtelevan. Dani valehtelee ja sanoo, että Emmi valehtelee, siis tiedämme nyt Emmi puhuvan totta.

Tarkistetaan vielä, että kaikki täsmää. Muut ovat selviä, mutta tarkistetaan Kallen väite ”Dani ja Emmi molemmat valehtelevat”. Mutta näistä Emmi puhuu totta, joten Kallen väite ei ole tosi. Sen ei pidäkään olla tosi, koska Kalle valehtelee.

B2 Loogisen päättelyn ja ongelmanratkaisun tehtävä.

B2.1 Painotettu keskiarvo Vastaus: $a = 4/7$, $b = 2/7$ ja $c = 1/7$.

Perustelu: Tehtävänannossa sanotaan, että c :n arvon on puolet b :n arvosta ja b :n arvo on puolet a :n arvosta. Siis suhdeluvut $a:b:c$ ovat 4:2:1. Kun summa on 1, on siis $a = 4/7$, $b = 2/7$ ja $c = 1/7$.

B2.2 Geometrinen keskiarvo Vastaus: $\sqrt{2}$.

Perustelu: Kuten kaavasta näkyy, jäljelle jää $(a_n/a_0)^{1/n}$. On annettu $a_0 = 10\,000$ ja $a_4 = 2,5 \cdot 16\,000 = 40\,000$. Näin ollen lasketaan $(40\,000/10\,000)^{1/4} = 4^{1/4} = \sqrt{2}$.

B2.3 Liukuva keskiarvo I Vastaus: Viimeinen vaihtoehto.

B2.4 Liukuva keskiarvo II Vastaus: Toinen vaihtoehto.